第4章　ホテリングモデル

これまでの章では、殆どの設定で各財は同質であることを仮定してきた。しかし、純粋な意味で同質な財が売られることは多くなく、各製造会社が作る製品には何らかの違いが存在し、同じような製品を取り揃えている各小売店舗の間にも何らかの違いが存在する。例えば、掃除機のような家庭電化製品を取り上げても、同じような機能を有する製品の間でも形状、質量、色などに違いがあって、各消費者が差を気にする可能性は十分にある。また、小売店舗の文脈では、各店舗が同じ場所に立地していることは稀で、店舗の間に一定の距離があるため、各消費者の観点からは店舗までの距離が異なり、移動時間（移動費用）に差が生じることが普通だろう。仮に各店舗の品揃えなどが同じであったとしても、この立地の差が、店舗間の違いになる。この様な製品特性や店舗立地などの違いによる異質性が競争に影響を与えることは十分に予想できる。

本章では、製品特性や店舗立地などを各企業が決定する状況を考察するための基本モデルを提示する。最初に、その中でもしばしば用いられるホテリング (Hotelling) モデルを紹介する。これはホテリングにより提案されたモデルが土台になっているため、このような名前で呼ばれている。このモデルでは、製品品質に関しては差のない状況を想定することが多く、消費者の製品に対する好みが異なる状況（製品が水平差別化されている状況）を扱っている。最初に、製品特性が外生で与えられている場合について考察し、次に製品特性が企業によって内生で決められる場合を考察する。その後で、このモデル特性の理解を深めるために、幾つかの拡張モデルを扱う。最後に、ホテリングモデルを更に拡張して、製品が品質の意味で異なる状況（垂直差別化されている状況）についても簡単に考察する。

4.1　ホテリングモデル

冒頭で述べた通り、本節では、各製品が好みの意味で差別化されている状況（製品が水平差別化されている状況）を考える。製品が水平差別化 (horizontal differentiation) されている状況とは、各製品の価格が同じ場合、消費者によって選択する製品が異なる状況を指す。価格以外の要素で各消費者の選択に影響を与える要素が存在し、これら要素によって各消費者の好みが異なる状況を生み出していることが背景にある。対して、各製品が品質の意味で差別化されている状況（製品が垂直差別化されている状況）を考えることもある。製品が垂直差別化 (vertical differentiaion) されている状況とは、各製品の価格が同じ場合、全ての消費者がある特定の製品を選択する状況である。これは、この選択された製品が品質など価格以外の要素で優れていて、その優位性が全ての消費者に生じていることが背景にある。

以下では、製品が水平差別化されている状況を表現するために用いられるホテリングモデル (Hotelling model) を紹介する。Hotelling (1929) で使われた線分都市モデルを土台としているため、以下で示すモデルをホテリングモデルと呼ぶことが多い。まず最初に、企業の立地が線分で表された市場の両端で固定されている状況を考える。その後で、この企業の立地が企業の選択によって決められる状況を考える。

4.1.1　ホテリングモデル（立地外生）

まずは、企業の立地が既に与えられている状況を考える。基本設定は以下の通りである。

ホテリングモデルの基本設定

区間 $[0,1]$ で表される線分上に消費者 (総数 N) が一様に分布している。この線分上に企業が 2 社存在し、各消費者に対して同じ製品を供給する。各消費者は財 1 単位買えば十分で、この財から s の粗余剰を得る。各消費者は、財を買

うために各企業の立地点に行く必要がある。その際、移動のための費用がかかる。企業 i の限界費用は c_i で一定とする。ここまでの設定は立地が内生化されても同じである。

以下では、各企業が線分の両端 (0 と 1) に立地している場合を考える。地点 0 に立地している企業を企業 1 とし、地点 1 に立地している企業を企業 2 とする。

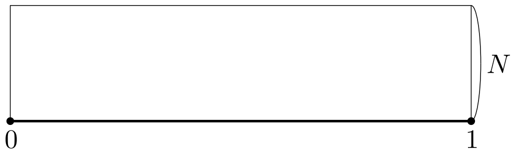


図 6-1: 線分都市と消費者の分布

ここでは、消費者の移動費用は距離に比例し、$t \times l$ (l は距離) と仮定する。なお、t は正の定数であり、製品差別化の程度を捉えた外生変数として扱うことが多い。ここでは、$x \in [0, 1]$ にいる消費者の効用水準が以下の式で表わされるとする。

$$V(x, p_i) = \begin{cases} s - p_1 - tx, & \text{企業 1 から購入,} \\ s - p_2 - t(1 - x), & \text{企業 2 から購入,} \\ 0, & \text{買わない.} \end{cases} \tag{4.1}$$

$x = 1/2$ の場合を除けば、地点 x から企業 1 までの距離と地点 x から企業 2 までの距離は異なっている。そのため、価格に多少の差があったとしても、移動費用の差を考慮すると、低い価格を設定している企業から、全ての消費者が買うとは限らないことが分かる。ホテリングモデルでは、この移動費用の違いを用いて製品の違いを表現している。

この移動費用の解釈として以下の 2 つが考えられる。1 つは、企業の立地点に行くための費用、文字通り移動費用としての解釈である。この場合、企業の立地は小売店舗の場所などが対応する。もう 1 つは、消費者が最も望む製品特性から乖離していることからの不効用としての解釈である。この場合、立地と呼ばれるものは製品特性と読みかえることになる。

以下では、価格と消費者の選択について図を用いて考える。各価格 p_1 と p_2

が与えられると、各選択から得られる効用水準が決まる。各選択から得られる効用水準は、図 6-2 のように直線で表現される。

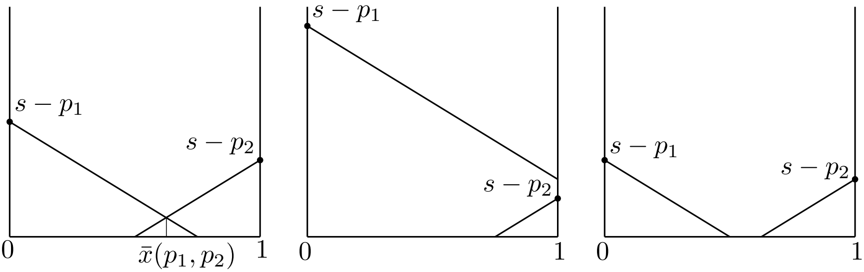


図 6-2: 消費者の選択

図 6-2 の左側は、全ての消費者に対して、少なくとも 1 つの財は正の効用水準をもたらすような価格が設定され、更には、企業 1 から購入することと企業 2 から購入することが無差別になっている消費者が $[0,1]$ 線分上に存在し、その消費者も正の効用水準を得ている。この無差別になっている消費者の地点 $\bar{x}(p_1,p_2)$ は以下の式で与えられる。

$$\bar{x}(p_1,p_2)=\begin{cases} 0 & t \leq p_1-p_2 \text{ の時}, \\ \dfrac{p_2-p_1+t}{2t} & -t < p_1-p_2 < t \text{ の時}, \\ 1 & p_1-p_2 \leq -t \text{ の時}. \end{cases} \tag{4.2}$$

設定された価格の差が大きい場合（図 6-2 の中央）や、両企業の価格が十分に大きい場合（図 6-2 の右側）も考慮する必要がある。図 6-2 の中央のようなことは、限界費用の格差が大きい場合に生じやすい。また、図 6-2 の右側のようなことは、s が t と比較して大きくない場合に生じやすい。

以下では、s が c_i や t に比べて十分大きく、限界費用の格差も大きくない状況に限定して、図 6-2 の右側のような状況は生じないことを前提にして話を進める。

このホテリングモデルでは、移動費用に関する外生変数 t は重要な意味を持っている。以下の図 6-3 では、企業 2 の設定する価格 p_2 の上昇による $\bar{x}$ の変化

を、t が小さい場合と大きい場合について表現している。なお、価格変化の幅は同じにしている。どちらの図でも価格 p_2 が $\tilde{p}_2$ に上昇したことで $\bar{x}$ は増加し

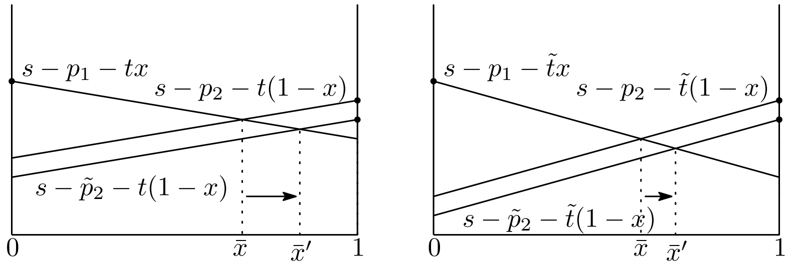


図 6-3: 価格変化と需要変化

ているが、その増加幅が異なっている。t が小さい時、その変化の幅が大きくなっている。t が小さい時は、企業 1 と企業 2 を比較して移動費用に大きな差が無いため、消費者は価格差に反応しやすくなる。対して、t が大きい時には、価格変化に対して需要があまり影響されない。

以下では、企業の価格付けについて確認する。各企業の需要量は以下の式で与えられる。

$$D_1(p_1, p_2) = N\bar{x}(p_1, p_2), \quad D_2(p_1, p_2) = N(1 - \bar{x}(p_1, p_2)). \tag{4.3}$$

各企業の利潤は以下の式で与えられる。

$$\pi_1 = (p_1 - c_1)D_1(p_1, p_2), \quad \pi_2 = (p_2 - c_2)D_2(p_1, p_2). \tag{4.4}$$

内点解になることを想定して、企業 i の一階条件と反応関数を導出する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} &= \frac{N(p_j - 2p_i + t + c_i)}{2t} = 0 \\ \Rightarrow \quad p_i(p_j) &= \frac{t + c_i + p_j}{2}, \quad (i, j = 1, 2,\ j \neq i). \end{aligned} \tag{4.5}$$

各企業の反応関数から均衡価格 p_i^* と均衡利潤 π_i^* を導出すると、

$$p_i^* = t + \frac{c_j + 2c_i}{3}, \quad \pi_i^* = \frac{N}{2t}\left(t + \frac{c_j - c_i}{3}\right)^2. \tag{4.6}$$

t が大きくなると価格が上昇して利潤も増加する。また、限界費用 c_i が上昇すると両企業の価格が上昇する。これは、価格が戦略補完になっているためである。ただし、p_i の上昇幅は p_j の上昇幅を上回っており、需要の一部は企業 i から企業 j に移る。

もし、消費者の各企業に対する不効用の度合いを表わす t の値が異なっている場合、すなわち、(4.1) 式で示した企業 i から購入した時に生じる移動費用の係数が t_i の場合、t_i の上昇は両企業の価格上昇をもたらすが、両企業の利潤が増加するとは限らない $(i, j = 1, 2,\ j \neq i)$。この設定では、(4.2) 式で得た各企業の財に対して無差別になる消費者の地点は、以下の式に置き換わる。

$$\bar{x}(p_1, p_2) = \begin{cases} 0 & t_2 \leq p_1 - p_2 \text{ の時}, \\ \dfrac{p_2 - p_1 + t_2}{t_1 + t_2} & -t_1 < p_1 - p_2 < t_2 \text{ の時}, \\ 1 & p_1 - p_2 \leq -t_1 \text{ の時}. \end{cases}$$

導出過程は省略するが、この改訂された $\bar{x}(p_1, p_2)$ の下、計算しなおすと以下の結果を得る。

$$p_i^* = \frac{c_j + 2c_i + t_i + 2t_j}{3}, \quad \pi_i^* = \frac{N(c_j - c_i + t_i + 2t_j)^2}{9(t_1 + t_2)},$$
$$D_i(p_i^*, p_j^*) = \frac{N(c_j - c_i + t_i + 2t_j)}{3(t_1 + t_2)}.$$

価格 p_i^* が t_i の増加関数であることは直ちに分かる。t_i の増加が π_i^* と π_j^* へ与える影響を調べると

$$\frac{\partial \pi_i^*}{\partial t_i} = \frac{N(c_i - c_j + t_i)(c_j - c_i + t_i + 2t_j)}{9(t_1 + t_2)^2},$$
$$\frac{\partial \pi_j^*}{\partial t_i} = \frac{N(c_j - c_i + 2t_i + 3t_j)(c_i - c_j + 2t_i + t_j)}{9(t_1 + t_2)^2}.$$

計算は省略するが、各財が無差別になる消費者の地点 $\bar{x}(p_i^*, p_j^*)$ が 0 より大きく 1 より小さい条件は、$-(2t_i + t_j) < c_i - c_j < t_i + 2t_j$ である。この条件を考慮して $\partial \pi_i^* / \partial t_i$ の符号を確認すると、$-(2t_i + t_j) < c_i - c_j < -t_i$ の時に符号は負になることが確認できる。また、$\partial \pi_j^* / \partial t_i$ の符号も確認すると、$\bar{x}(p_i^*, p_j^*)$ が 0 より大きく 1 より小さい場合には、符号は必ず正になることが確認できる。

4.1.2　立地の内生化 (1)

これまでは、各企業が線分の両端に立地している状況を扱ってきた。ここでは、各企業が線分上の立地を自由に決定できる状況を考える。そのために、以下の 2 段階ゲームを考える。最初に、各企業が立地を同時に決定する。企業 i の立地点を $h_i \in [0, 1]$ とする。各企業は、互いの立地点を確認した後に価格を同時に決定する。

この 2 段階ゲームを考えると、価格競争の段階で分析上の困難が生じうる。この困難を表現したのが図 6-4 である。

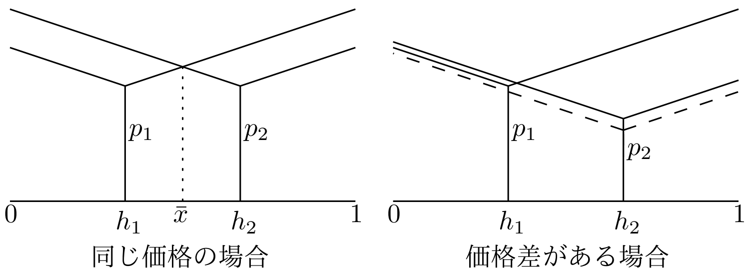


図 6-4: 純粋戦略均衡が存在しない可能性

この図における高さは価格と移動費用の合計を表している。p_i の付された垂直線分は、それぞれ企業 i が設定している価格 p_i の水準を表し、各垂直線分から斜め上に伸びている線分は、この価格 p_i と消費者が企業 i へ移動するための費用を合計したものを表している。各消費者は、この費用の合計が小さくなる企業から財を購入する。

図 6-4 左側は価格が同一の場合で、両企業の中間に位置する消費者 $\bar{x}$ を境にして需要が分かれる。対して、図 6-4 右側では、価格 p_2 が引き下げられ、企業 2 から購入するときに生じる費用の合計が破線の水準になった場合、全ての消費者が企業 2 から購入する状況を表わしている。この価格変化により需要が非連続に変化することが確認できる。この需要変化の非連続性が原因で純粋戦略均衡が存在しない問題が発生するため、分析上の困難が生じる。この困難を回避するため、以下では消費者の移動費用に関する仮定を変更する。

4.1.3　立地の内生化 (2)

先ほどの例で生じた困難を解消するために、消費者の移動費用を距離の 2 乗、即ち $t \times l^2$ とする。また、計算を簡単にするために、s は十分に大きいものとする。ここでは、相手と比べて h_i の値が小さい企業を企業 1、大きい企業を企業 2 と呼ぶ。この設定の下、$x \in [0,1]$ にいる消費者の効用は以下の $V(x, p_i, h_i)$ で表され、企業 1 と企業 2 が無差別になる消費者 $\bar{x}_s$ は以下の式で表される。

$$V(x, p_i, h_i) = \begin{cases} s - p_1 - t(h_1 - x)^2, & \text{企業 1 から購入}, \\ s - p_2 - t(h_2 - x)^2, & \text{企業 2 から購入}, \end{cases} \tag{4.7}$$

$$\bar{x}_s(h_1, h_2, p_1, p_2) = \frac{h_1 + h_2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(h_2 - h_1)}. \tag{4.8}$$

ここでは分析を簡単にするために、各企業の限界費用は c で共通とする。利潤関数はそれぞれ以下の式で与えられる（ここでは、内点解になることを想定して式を表している）。

$$\pi_1 = N(p_1 - c)\bar{x}_s, \quad \pi_2 = N(p_2 - c)(1 - \bar{x}_s).$$

企業の立地が外生の場合と同じ手続きを踏んで均衡価格を導出すると

$$p_1^*(h_1, h_2) = c + \frac{t(h_2 - h_1)(2 + h_1 + h_2)}{3}, \tag{4.9}$$

$$p_2^*(h_1, h_2) = c + \frac{t(h_2 - h_1)(4 - h_1 - h_2)}{3}. \tag{4.10}$$

この均衡価格を利潤関数に代入することで、各企業の利潤を立地の関数として表現できる。

$$\pi_1(h_1, h_2) = [p_1^*(h_1, h_2) - c]\bar{x}_s(h_1, h_2, p_1^*(h_1, h_2), p_2^*(h_1, h_2)). \tag{4.11}$$

企業 1 の最適立地点を調べるために、$\pi_1(h_1, h_2)$ 式を h_1 で微分をすると、

$$\frac{d\pi_1}{dh_1} = \underbrace{\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1}}_{=0} \frac{\partial p_1^*}{\partial h_1} + [p_1^* - c]\left(\frac{\partial \bar{x}_s}{\partial h_1} + \frac{\partial \bar{x}_s}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial h_1}\right)$$

$$= \quad [p_1^* - c]\left(\underbrace{\frac{\partial \bar{x}_s}{\partial h_1}}_{\text{需要効果}} + \underbrace{\frac{\partial \bar{x}_s}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial h_1}}_{\text{戦略効果}}\right). \tag{4.12}$$

最初の “= 0” は包絡線定理から得られる。すなわち、ここでの $\pi_1(h_1, h_2)$ は、均衡価格を導出した際に得た式であり、利潤最大化の条件を満たした式なので、p_1 で微分した値はゼロになるということである。よって、h_1 の微小変化を通じて生じる p_1 の微小変化によって値は変化しない。右辺の括弧内、第一項は立地変更が企業 1 の利潤へ与える直接の効果を表しており（需要効果と呼ぶ)、第二項は立地変更が企業 2 の価格変化を通じて企業 1 の利潤へ与える効果を表している（戦略効果と呼ぶ)。

需要効果は企業 1 の需要拡大を表現しており、これは利潤に正の影響を与える。一方、戦略効果は企業 2 の価格下落を通じた需要減少を表現しており（$\partial \bar{x}_s/\partial p_2$ は正だが、$\partial p_2^*/\partial h_1$ は負）、これは利潤に負の影響を与える。最適立地を求める際には、この 2 つの効果を比較する。

詳しい計算は補論で示すが、(4.12) 式を用いて各企業の最適化問題を解くと、企業の最適立地点は市場の両端、すなわち $h_1 = 0$ と $h_2 = 1$ となる (d’Aspremont et al., 1979)。また、線分の延長線上（線分の外）にも立地できる場合、均衡立地はそれぞれ $h_1 = -1/4$、$h_2 = 5/4$ となることが確認できる (Tabuchi and Thisse, 1995; Lambertini, 1997)。戦略効果が強いため、互いに離れる誘因が強いことを表している。

この設定に限界費用の格差を入れて解くこともできる。企業 1 の限界費用をゼロとして、企業 2 の限界費用を c とする。ここでは、以下で述べる問題を回避するため、$c \leq t/2$ を仮定する。なお、c がある値以上の場合、立地選択の段階で純粋戦略均衡が存在しなくなることが知られている (Ziss, 1993)。

純粋戦略均衡が存在する c の範囲内で、限界費用が非対称の場合を分析する場合、各企業の利潤は以下の式で表される。

$$\pi_1 = Np_1\bar{x}_s, \quad \pi_2 = N(p_2 - c)(1 - \bar{x}_s).$$

先ほどと同じ手続きを踏んで、均衡価格を導出すると

$$p_1^*(h_1,h_2) = \frac{c}{3} + \frac{t(h_2-h_1)(2+h_1+h_2)}{3}, \tag{4.13}$$

$$p_2^*(h_1,h_2) = \frac{2c}{3} + \frac{t(h_2-h_1)(4-h_1-h_2)}{3}. \tag{4.14}$$

企業が線分の外にも立地できる場合、企業 1 の方が高価格を設定することを示せる (Tyagi, 2001)。言い換えると、費用の優位性を有する企業は低価格戦略を採用するのではなく、高価格を設定して十分な利益を確保しようとする。何故ならば、企業 1 は、費用の優位性により需要効果が強く働く状況にあるため、市場の中心に立地する誘因が強く、費用の優位性に加えて立地の優位性も確保することになり、この立地の優位性によって高い価格を設定する誘因が強くなるからである。

Porter (1985) などが指摘するように、費用の優位性がある企業は「標準化された必要最低限のサービス」を低価格で提供し、（質の意味で）差別化されている企業は「独自の特性を持ったサービス」を高価格で提供するという見方が一般的だが（例えば航空業界におけるローコストキャリアと主要航空会社の違い）、Tyagi (2001) の結果は、それとは異なる視点を提供している。Tyagi (2001) では製品特性が内生化されているため、費用の優位性を持つ企業は市場の中心に立地することで需要の価格弾力性を高めて、需要を確保しやすくすることができる（同様の議論は、Besanko et al. (2003) の 11 章 Table11.3 にもまとめられている）。この結果は、Thomadsen (2007) による実証研究で示されているように、米国のハンバーガー市場において費用の優位性を有していた McDonald's が、競合相手である Burger King よりも都市の中心に立地して相対的に高い価格を設定していたことと対応しているといえるだろう。

補足説明　本節では、複占企業が線分都市上で価格競争している状況を扱ったが、消費者の移動費用が距離の 2 乗であることを仮定して、企業数が 3 以上 9 以下の場合を分析した論文がある (Brenner, 2005)。この論文では、企業数が 3 以上 9 以下になると、全ての場合において全ての企業が線分の内側に立地することを示している。例えば、3 企業の場合には、立地の組み合わせとして

$(1/8, 1/2, 7/8)$ が実現する。3 企業以上存在する場合、直接隣り合っている企業が設定する価格に対する反応度合いが、複占の場合とは大きく異なる点に注目すると立地の特性を理解しやすい。3 企業存在するとき、線分の中央に立地している企業にとって、両側の企業が競争相手になるため、片側の企業だけが中央に寄ってきたとしても、もう片側の企業との競争も考慮するため、中央に寄ってきたことに対して大きく価格を引き下げて対抗しない。言い換えると、3 企業以上存在する場合、需要効果に比べて戦略効果が相対的に弱くなることを意味している。戦略効果が弱いことを考慮すると、両側の企業には中央に寄る誘因があり、結果として全ての企業が線分の内側に立地することになる。

4.2　ホテリングモデル：拡張

前節で扱ったホテリングモデルに若干の修正を加えて、モデルの特性を詳しく理解する。

4.2.1　消費者分布（立地外生・線形移動費用）

6.1.1 項で扱った立地が外生の設定を再び考察する。限界費用と消費者の分布を除いて、仮定は全て 6.1.1 項と同じである。各企業の限界費用は c で一定とし、消費者の分布を図 6-5 で表現されるものに置きかえる。区間 $[1/4, 3/4]$ において消費者の密度が $M(< N)$ となっている。よって、この区間では消費者の密度が低くなっている。

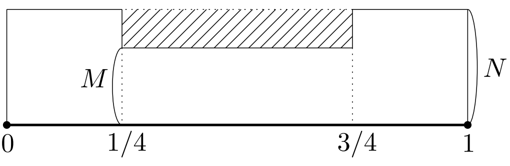


図 **6-5:** 線分都市と消費者の分布

すなわち、斜線部分だけ消費者が市場から退出した状況である。この変化によって利潤がどのように変化するか確認する。無差別消費者の地点 $\bar{x}$ は (4.2)

式と同じだが、各企業の需要は以下の式で表現される。

$$
\begin{aligned}
D_1(p_1, p_2) &= \begin{cases} \max\{0, N\bar{x}\} & \text{(i) } \bar{x} \le 1/4, \\ N/4 + M(\bar{x} - 1/4) & \text{(ii) } 1/4 \le \bar{x} \le 3/4, \\ \min\{(N+M)/2, (M-N)/2 + N\bar{x}\} & \text{(iii) } \bar{x} \ge 3/4, \end{cases} \\
D_2(p_1, p_2) &= (N+M)/2 - D_1(p_1, p_2).
\end{aligned}
$$

なお、(iii) における $\min\{(N+M)/2, (M-N)/2 + N\bar{x}\}$ の右側は、$N/4 + M/2 + N(\bar{x} - 3/4) = (M-N)/2 + N\bar{x}$ から導出している。

各企業の利潤関数は

$$
\pi_1 = (p_1 - c)D_1(p_1, p_2), \quad \pi_2 = (p_2 - c)D_2(p_1, p_2).
$$

ここで利潤関数から企業 1 の最適反応を導出する。前節と異なり、p_1 と p_2 の組み合わせによって状況が変化することに注意しながら最適反応を導出する必要がある。企業 1 の利潤関数を p_1 で偏微分すると、

$$
\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \begin{cases} \dfrac{N(t + c - 2p_1 + p_2)}{2t} & \text{(i) } 0 \le \bar{x} \le 1/4, \\ \dfrac{(M+N)t + 2Mc - 4Mp_1 + 2Mp_2}{4t} & \text{(ii) } 1/4 \le \bar{x} \le 3/4, \\ \dfrac{Mt + Nc - 2Np_1 + Np_2}{2t} & \text{(iii) } 3/4 \le \bar{x} \le 1. \end{cases}
$$

この結果を用いて、まずは、各状況において内点解になっていると仮定した上で最適反応を求め、その結果が適用できる範囲を図示する。(i) から (iii) の各状況における偏微分から $\partial \pi_1 / \partial p_1 = 0$ となる p_1 を求めて図示したものが、図 6-6 左側の細い実線で描いた 3 つの線で表されている。

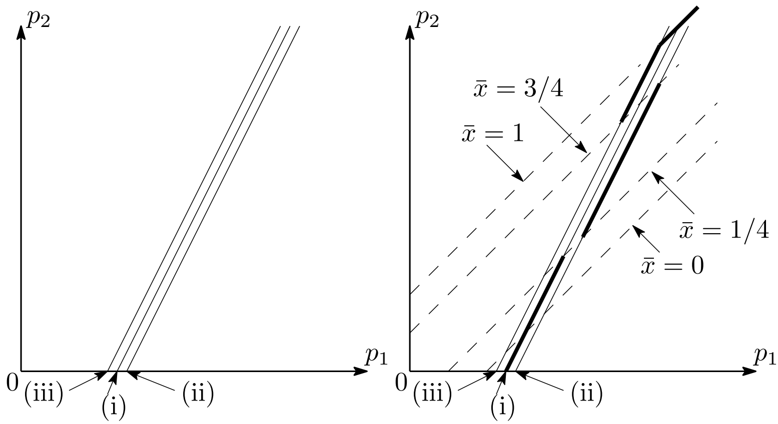


図 6-6: 企業 1 の反応曲線

実線に対して矢印で (i) から (iii) まで示しているが、これらはそれぞれ (i) から (iii) における $\partial\pi_1/\partial p_1 = 0$ から求めた最適反応である。

図 6-6 右側は、図 6-6 左側の図に $\bar{x}$ がそれぞれ 0、1/4、3/4、1 になる p_1 と p_2 の組み合わせを破線で示した後で、この破線で囲まれた 3 つの領域（(i) から (iii) の何れかが適用されるべき領域）で適用すべき最適反応の範囲を太線で示したものである。

(i) の $\bar{x} \leq 1/4$ を満たす p_1 と p_2 の組における最適反応は破線 $\bar{x} = 1/4$ の下方に位置する太線で表される。この太線と重なっている細線は (i) における最適反応だが、これは 6.1.1 項における最適反応と一致している。$\bar{x} < 0$ となる範囲では、p_2 の価格が低すぎるため企業 1 に需要を獲得する誘因は無く、需要を取らないような p_1 は全て無差別になるので、図では (i) を通る太線を最適反応として描いている。

(ii) の $1/4 \leq \bar{x} \leq 3/4$ を満たす p_1 と p_2 の組における最適反応は、破線 $\bar{x} = 1/4$ と破線 $\bar{x} = 3/4$ に挟まれた太線で表される。この最適反応は、点線で示されている (i) における最適反応よりも右方にある。この領域では、6.1.1 項の場合に比べて価格を高めに設定する誘因があることを表している。これは、$1/4 \leq \bar{x} \leq 3/4$ を満たす p_1 と p_2 の領域では、消費者が少なくなったので、価格変化に対する需要の変化が鈍くなったことを反映している。

(iii) の $3/4 \leq \bar{x}$ を満たす p_1 と p_2 の組における最適反応は破線 $\bar{x} = 3/4$ の上方に位置する曲がった太線で表される。この太線は、破線 $\bar{x} = 1$ と (iii) の細線が交差したところで曲がっている。これは、$\bar{x} = 1$ より上方の領域では常に $D_1 = 1$ となっており、企業 1 にとっては、$D_1 = 1$ となる範囲内で可能な限り高い p_1 を設定するのが最適となるためである。

企業 1 の最適反応を求めた方法を企業 2 の最適反応を求める際にも適用して最適反応を導出すると、図 6-7 における傾きの緩い太線で表わすことができる。

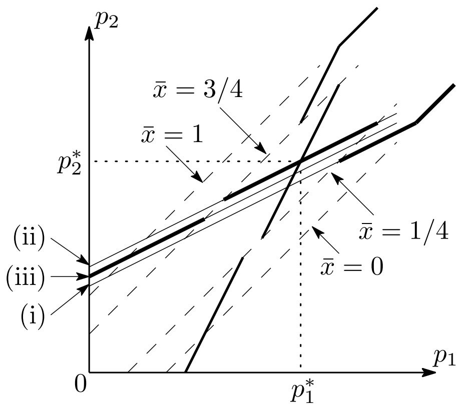


図 6-7: 両企業の反応曲線と均衡価格

図の注意点として、企業 1 が直面する (i) の状況と企業 2 が直面する (iii) の状況が需要量の大きさという点で対応し、同様に、企業 1 が直面する (iii) の状況と企業 2 が直面する (i) の状況が需要量の大きさという点で対応しているため、図 6-7 では企業 1 の最適反応を求めたときの (i) と (iii) の位置関係が入れ替わっていることがある。

図 6-7 において各太線が交わっているところが均衡価格として実現する。また、両企業とも、この求めた交点から価格を変化させる誘因が無いことも図の反応曲線から確認できる。この反応曲線の交点から均衡価格を求め、その結果を使って均衡利潤を求めると、

$$p_1^* = p_2^* = c + \frac{t(N+M)}{2M}, \quad \pi_1^* = \pi_2^* = \frac{t(N+M)^2}{8M}.$$

既に述べたとおり、6.1.1 項の時よりも両企業とも価格を高めに設定する傾向があり、実際に均衡価格は高く設定される。また、π_i^* は M に関する "減少" 関数であることも確認できる。言いかえると、市場中央付近の消費者が退出することで企業の利潤が増えるということである。この設定では、中央付近にいる消費者は企業 1 と企業 2 の製品に対して差を感じていない消費者を意味している。言いかえると、価格に対して敏感に反応する消費者である。このような消費者に対して、製品に明快な違いがあることを説得して分布を動かすことで収益が改善する可能性を示唆している。また、M の大きさ次第では、以下のような分布変化によって企業 2 の収益が改善する可能性もある。

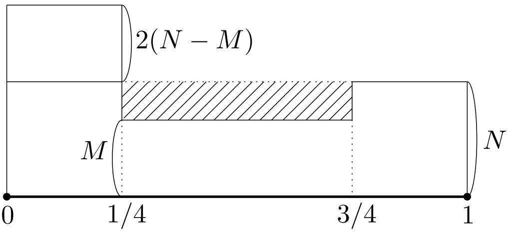


図 **6-8:** 収益改善の可能性がある需要喪失

図 6-7 では、均衡価格が存在する場合を表現したが、M と N の大きさによっては必ずしも均衡が存在するとは限らない。N に比べて M が小さくなるほど、(iii) の細線は左方へ移動し、この細線上の反応曲線も下方まで張り出してくる。

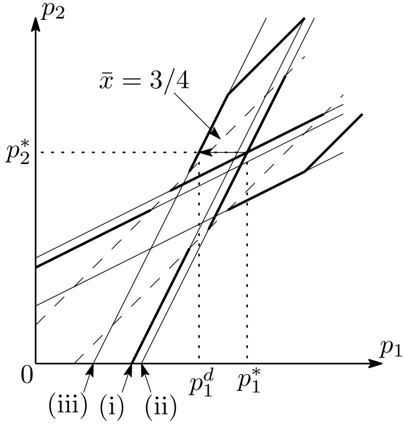


図 6-9: 純粋戦略均衡が存在しない可能性

その結果、この (iii) の細線と重なる太線で表される企業 1 の反応曲線が p_2^* を表わす点線を通過するようになる。このことは、p_2^* を所与として、局所最適となる価格 p_1 が 2 つ存在することを意味している。1 つは p_1^* であり、もう 1 つは p_2^* の点線と反応曲線の交点 p_1^d である。この 2 つの p_1 に対して利潤を導出して、p_1^* を選択したときの利潤が高ければ価格組 (p_1^*, p_2^*) は均衡になるが、p_1^d を選択したときの利潤が高ければ純粋戦略均衡は存在しなくなる。

事例　Pazgal et al. (2013) によると、米国のたばこ市場における消費量は 1982 年から減少傾向にあり、現在に至るまで続いている。この傾向の原因は色々とあるが、健康に対する影響は間違いなく需要を減少させている。この傾向に反して、国内におけるたばこ会社の利潤は増加傾向を続けていた。また、1994 年に Brown & Williamson と American Tabacco の合併が起こる前まで、国内における有力企業数は 6 社で一定だった。この一見したところ不思議な現象を検討する際、彼らの論文では、たばこを消費しなくなった消費者の特性に着目し、タールの含有量が少ないたばこを嗜好する消費者が市場から退出した可能性について言及している。また、論文中では、タールを摂取しなくて済む電子タバコの登場により低タールのたばこを嗜好する消費者が通常のたばこを需要する傾向が弱まった可能性や、低タールや低ニコチンのたばこを消費していた消費者が市場から退出する傾向が強いことを示した調査結果などにも言及している。これらのことを踏まえると、本稿で示した理論は単なる可能性にとどまらず、市場規模と収益性の関係に関する不思議な傾向を説明する有力な理論といえるだろう。

4.2.2　消費者分布（立地内生・距離二乗移動費用）

ここでは、6.1.3 項の設定を土台にして、消費者の分布と企業立地の関係について考察する (Tabuchi and Thisse, 1995)。

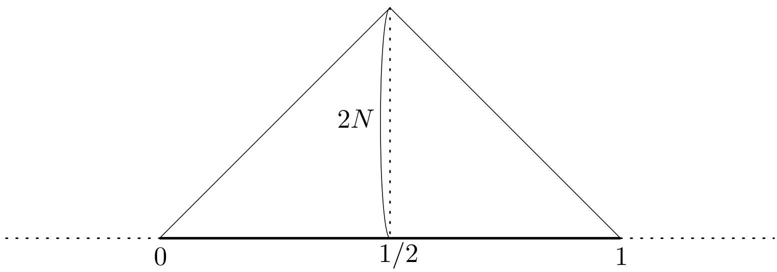


図 6-10: 消費者が中央に手厚い場合

ここでは企業立地に関する仮定を変更し、企業は線分の外にも立地可能とする。作図の都合上、図 6-10 では端が切れているが、点線部分にも立地できるという仮定である。この状況の分析は手間がかかるので省略するが、図を用いて立地均衡の特性について議論することは可能なので、簡単に特性を確認する。

図 6-11 のように、企業が線分の中央を基準にして対称に立地したと仮定する。図 6-11 における h_1 と h_2 は、それぞれ企業 1 と 2 の立地点である。この対称立地の状況で同じ価格を設定した場合、2 社が無差別になる消費者は線分の中央になる。図 6-11 から理解できる通り、この中央付近は消費者の密度が高いため、価格を引き下げたときに得られる需要が多い（図 6-11 の色塗り部分を参照）。この高い需要の価格弾力性により、価格が下がりやすくなる。

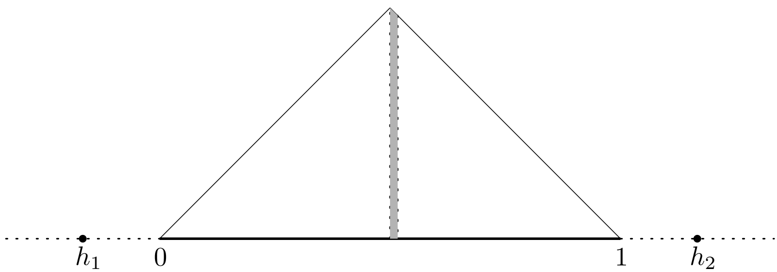


図 6-11: 企業が対称に立地している場合

ここで、図 6-12 のように、右側に立地している企業 2 が中央に近づいたとする。この下で両企業が同じ価格を設定した場合、無差別になる消費者は中央よりも左側にいる消費者である。価格を引き下げたときに得られる需要は、両企業が対称に立地している場合に比べて少ない（図 6-12 の色塗り部分を参照）。

言いかえると、企業 2 が立地を中央寄りにしたことで需要の価格弾力性が低くなっている。よって、価格競争は対称立地の場合に比べて緩くなる。

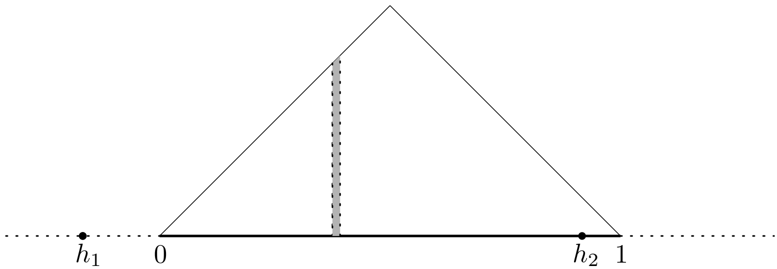


図 6-12: 企業が非対称に立地している場合

企業 2 が中央に寄ったことで企業 1 の需要は減少しているが、この立地を所与として、企業 1 は中央に寄る誘因があるだろうか。既に確認した通り、対称立地になった場合は価格競争は厳しくなるが、需要を拡大することはできる。対して、中央から離れると無差別になる消費者の地点は先ほどの場合よりも更に左側に移るため、価格競争は更に緩くなるが、需要は縮小する。それぞれの移動方向に対して、正の効果と負の効果が生じているが、この 2 つの効果が釣り合うような場所を選択することになる。この消費者分布の下、実際に問題を解くと、均衡において非対称立地が実現することが明らかになっている (Tabuchi and Thisse, 1995)。

4.2.3　支払い意思額（立地外生・線形移動費用）

最後に、消費者の支払い意思額が大きくない場合について扱う (Chen and Riordan, 2007, 2008; Cowan and Yin, 2008)。これまで、財からの粗余剰（支払い意思額）s が十分に大きい場合を扱ってきたが、この値が十分に大きいとは限らない。この制約を緩めることで、通常の直観とは異なる結果が得られる。

s の値に制限を課すことを除けば、1 節の内容と同じであるが、設定を再確認しておく。消費者の移動費用は距離に比例し、$t \times l$ (l は距離) と仮定する。なお、t は正の定数である。$x \in [0, 1]$ にいる消費者の効用として、以下のもの

を仮定する。

$$V(x,p_i)=\begin{cases} s-p_1-tx, & \text{企業 1 から購入,}\\ s-p_2-t(1-x), & \text{企業 2 から購入,}\\ 0, & \text{買わない.}\end{cases} \tag{4.15}$$

これまでは、s を十分大きいとしてきたが、ここでは $s\in[t,2t]$ とする。また、表現を簡素にするために各企業の限界費用はゼロとする。

設定の見通しをつけるために、最初は企業 1 だけ存在する場合を確認し、その後で両企業が競争する場合を確認する。そして、最後に結果を比較する。

企業 1 だけ存在する場合

p_1 の水準によって、全消費者が企業 1 から購入するか否かが決まる。図 6-13 では、横軸に消費者の地点を取り、縦軸に消費者の費用（価格と移動費用の和）と s を取って図示した。但し、$p_1\geq s$ の場合は利潤ゼロなので考えない。

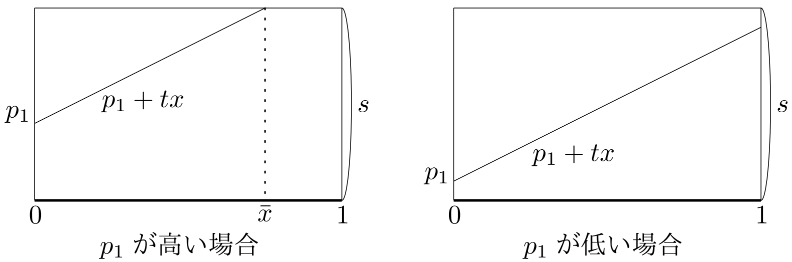


図 6-13: 企業 1 だけ存在する場合

図から企業 1 の需要関数 $D(p_1)$ と利潤関数 $\pi_1(p_1)$ を導出すると、

$$D_1(p_1) = \begin{cases} 1 & p_1\leq s-t \text{ の場合,}\\ (s-p_1)/t & p_1> s-t \text{ の場合,}\end{cases} \tag{4.16}$$

$$\pi_1(p_1) = \begin{cases} p_1 & p_1\leq s-t \text{ の場合,}\\ p_1(s-p_1)/t & p_1> s-t \text{ の場合.}\end{cases} \tag{4.17}$$

利潤関数の形状は $p_1=s-t$ で直線から放物線に変る（図 6-14 参照）。

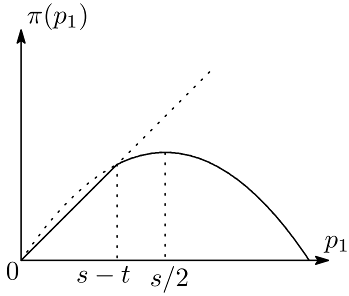


図 6-14: 企業 1 の利潤関数

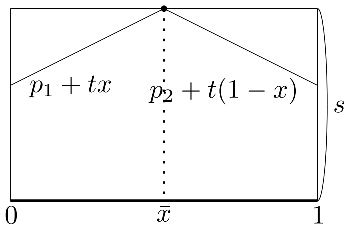
$s \leq 2t$ の範囲では、図 6-14 で示したように、放物線の頂点で利潤が最大になる。この時の価格、需要量（供給量）、利潤は以下の通りである（添え字 M は独占における均衡を表している）。

$$p_1^M = s/2, \quad D_1(p_1^M) = s/2t, \quad \pi_1(p_1^M) = s^2/4t. \tag{4.18}$$

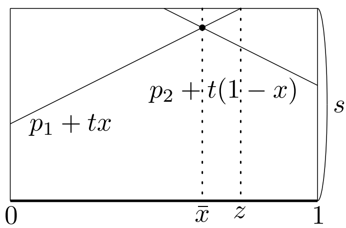
これは、独占企業は一部の消費者に対して製品を供給しない状況といえる。また、$s \in [t, 2t]$ と仮定しているので、$D_1(p_1^M) \geq 1/2$ となっている。

両企業存在する場合

企業が 2 社存在する場合、以下の 3 つが起こり得る。(1) 両企業ともに高い価格を設定することで一部の消費者が購入できない状況、(2) どちらの企業とも無差別になっている消費者が支払う費用（価格と移動費用の合計）が丁度 s になっている状況、(3) 無差別になっている消費者が支払う費用が s を下回っている状況の 3 つである。独占の場合で確認した通り、財を購入していない消費者が存在する限りは、需要量が 1/2 を上回るような価格まで価格を引き下げるのが最適である（注 : 全ての消費者が購入する場合は状況が異なる）。一部の消費者が残るということは、合計の供給量が 1/2 の 2 倍である 1 を下回ることを意味するので、購入できない消費者が存在することはあり得ない。よって、ここでは図 6-15 で示した 2 つの状況を考えれば十分である。



費用が s と一致する場合



費用が s を下回る場合

図 6-15: 両企業存在する場合

相手と直接競合している場合、設定した価格に対応する需要量が競合していない場合に比べて小さくなることが確認できる。図 6-15 右側では、企業 2 が存在しなければ z の需要を得られたところ、企業 2 が存在することで $\bar{x}$ の需要しか得ていないことを表している。これは、企業 1 が価格 p_1 を引き下げても、ある水準を下回ると需要の伸びは鈍化することを意味している。以下では、需要の伸びが鈍化によって価格が高止まりする可能性があることを示す。

需要と価格の関係を式で表現すると以下のようになる。

$$D_1(p_1,p_2) = \begin{cases} (t+p_2-p_1)/2t & p_1+p_2 \le 2s-t \text{ の場合}, \\ (s-p_1)/t & p_1+p_2 > 2s-t \text{ の場合}, \end{cases} \tag{4.19}$$

$$D_2(p_1,p_2) = \begin{cases} (t+p_1-p_2)/2t & p_1+p_2 \le 2s-t \text{ の場合}, \\ (s-p_2)/t & p_1+p_2 > 2s-t \text{ の場合}. \end{cases} \tag{4.20}$$

以下では、両企業ともに $p_1'+p_2=2s-t$ を満たす価格を設定するのが最適になる条件を導出する。既に求めた需要関数を用いて利潤関数を導出すると、

$$\pi_1(p_1,p_2) = \begin{cases} p_1(t+p_2-p_1)/2t & p_1+p_2 \le 2s-t \text{ の場合}, \\ p_1(s-p_1)/t & p_1+p_2 > 2s-t \text{ の場合}, \end{cases} \tag{4.21}$$

$$\pi_2(p_1,p_2) = \begin{cases} p_2(t+p_1-p_2)/2t & p_1+p_2 \le 2s-t \text{ の場合}, \\ p_2(s-p_2)/t & p_1+p_2 > 2s-t \text{ の場合}. \end{cases} \tag{4.22}$$

- $p_1+p_2 \le 2s-t$ を満たす p_1 と p_2 において、常に企業 i が価格を増加させる誘因があるための条件は、

$$\partial\pi_i/\partial p_i = (t+p_j-2p_i)/(2t) > 0.$$

- $p_1 + p_2 > 2s - t$ を満たす p_1 と p_2 において、常に企業 i が価格を減少させる誘因があるための条件は、

$$\partial \pi_i / \partial p_i = (s - 2p_i)/t < 0.$$

これら両方の条件が同時に満たされる場合、等式

$$p_1 + p_2 = 2s - t \tag{4.23}$$

を満たす価格の組 (p_1, p_2) が均衡価格として実現する。これらの不等式で表された条件が満たされるとき、(4.23) を満たす価格の組を所与として、企業 i が価格を増加させると $p_1 + p_2 > 2s - t$ となり、その時は $\partial \pi_i / \partial p_i < 0$ なので利潤は減る。また、(4.23) を満たす価格の組を所与として、企業 i が価格を減少させると $p_1 + p_2 \leq 2s - t$ となり、その時は $\partial \pi_i / \partial p_i > 0$ なので利潤は減る。よって、この条件の下、(4.23) を満たす価格の組が均衡価格として実現する。これら利潤最大化の一階条件から得た不等式 4 本をまとめると、以下の (4.24) 式を得る。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1(p_1, p_2)}{\partial p_1} &= \begin{cases} (t + p_2 - 2p_1)/2t > 0 & p_1 + p_2 \leq 2s - t \text{ の場合}, \\ (s - 2p_1)/t < 0 & p_1 + p_2 > 2s - t \text{ の場合}, \end{cases} \\
\frac{\partial \pi_2(p_1, p_2)}{\partial p_2} &= \begin{cases} (t + p_1 - 2p_2)/2t > 0 & p_1 + p_2 \leq 2s - t \text{ の場合}, \\ (s - 2p_2)/t < 0 & p_1 + p_2 > 2s - t \text{ の場合}. \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

これら 4 本の不等式を満たす価格の組 (p_1, p_2) は、図 6-17 の薄く塗られた領域になる。直線 $p_1 + p_2 = 2s - t$ が、この領域を通過していれば、(4.24) 式を満たす価格の組 (p_1, p_2) が存在する。この価格の組は図 6-17 において薄く塗られた領域内の太い線分で表され、$s \in [t, 3t/2)$ の場合に存在する。

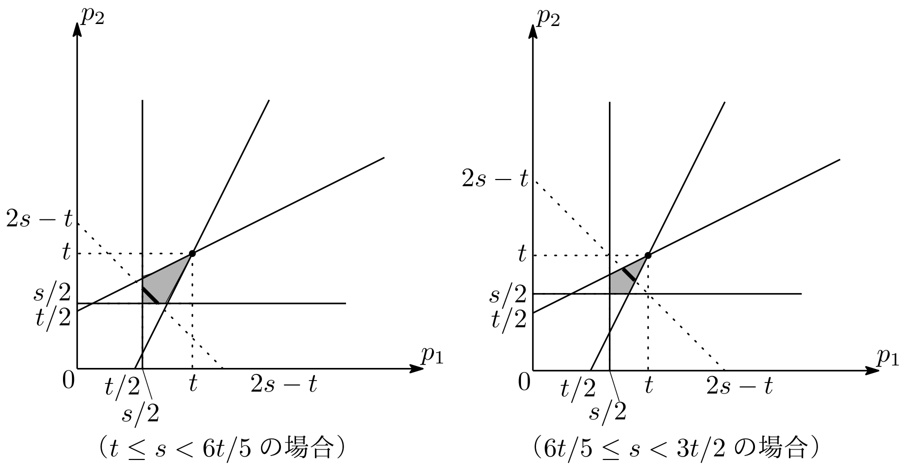


図 6-17: 均衡価格

これまでの議論から均衡価格と利潤を導出すると

$$(p_1^*, p_2^*) = \begin{cases} (t,t) & s \ge 3t/2 \text{ の場合}, \\ (4.23) \text{ と } (4.24) \text{ を満たす } (p_1, p_2) & s < 3t/2 \text{ の場合}, \end{cases} \tag{4.25}$$

$$\pi_i(p_1^*, p_2^*) = \begin{cases} t/2 & s \ge 3t/2 \text{ の場合}, \\ p_i^*(s-p_i^*)/t & s < 3t/2 \text{ の場合}. \end{cases} \tag{4.26}$$

なお、$t \le s < 3t/2$ の場合で対称均衡を想定すると、価格と利潤は $p_i^* = s - t/2$ と $\pi_i^* = s/2 - t/4$ となる。(4.18)、(4.25)、(4.26) を用いて複占と独占の結果を比較すると、

$$\begin{aligned} \pi_1(p_1^M) - \pi_i^* &= s^2/4t - (s/2 - t/4) = (s-t)^2/4t, \\ p_1^M - p_i^* &= s/2 - (s - t/2) = -(s-t)/2. \end{aligned}$$

$s = t$ の場合を除いて、利潤は複占の方が小さく、価格は複占の方が高くなっている。すなわち、新しい企業が参入したことで価格が上昇している。既に指摘した通り、独占の方が、価格を引き下げたときに得られる需要の増分が大きく、価格を引き下げる誘因が強く働くことが影響している。また、複占の場合、各企業が個別に独占になっている状態から、価格を下げて相手と競合する場合に限界収入が大きく変化することも影響している。

4.3　垂直差別化

これまでは、製品の品質には優劣が無く、消費者の好みが異なっている状況を扱ってきた。以下では、複占競争の下、価格が同じ場合に全ての消費者が一方の財を好む状況、すなわち品質の意味で差がある状況を扱う。このような製品の違いを垂直差別化 (vertical differentiation) と呼ぶ。以下では、ホテリングモデルの設定を少し変更することで垂直差別化を表現できることを示す。

区間 $[0,1]$ で表される線分上に消費者が一様分布している。消費者の総数は N とする。企業が 2 社存在し、半直線 $(-\infty, 0]$ から立地を選択し、各消費者に対して同じ製品を供給する。各消費者は何れかの財を 1 単位買えば十分で、この財から s の余剰が発生する。ここでは、s は十分に大きいと仮定する。各消費者は、財を買うために各企業のところへ行く必要がある。その際に移動費用が必要で、その費用は tl^2 とする。t は正の定数、l は消費者から企業までの距離である。

この設定は、一見すると水平差別化モデルのように見えるが、各企業が異なる場所に立地し、同じ価格を設定した場合、全ての消費者は地点 0 に近い企業から購入する（図 6-18 左側を参照)。このことから、この設定で垂直差別化を表現できると見なしてよいだろう。この設定では、地点 0 に近い企業は、価格を引き上げても需要が残るので、地点 0 から遠い企業と比べて高い価格を設定することが予想される（図 6-18 右側を参照)。

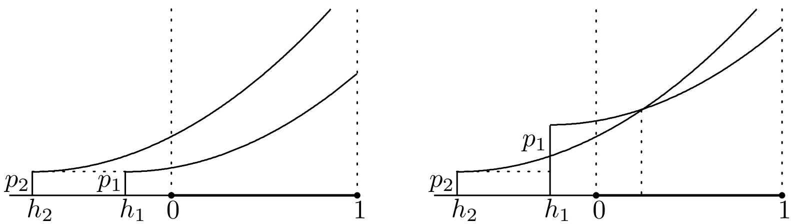


図 **6-18:** 垂直差別化モデル

図 6-18 で示されているように、地点 0 に近い企業を企業 1 とする。企業 1 と

企業 2 が無差別になる消費者 $\bar{x}$ は

$$-p_1 - t(\bar{x}-h_1)^2 = -p_2 - t(\bar{x}-h_2)^2 \quad \to \quad \bar{x} = \frac{p_1-p_2}{2t(h_1-h_2)} + \frac{t(h_1+h_2)}{2t}.$$

この下での利潤関数は

$$\pi_1 = p_1(1-\bar{x}), \quad \pi_2 = p_2\bar{x}.$$

利潤最大化の一階条件から価格を導出すると、

$$p_1 = \frac{t(h_1-h_2)(4-h_1-h_2)}{3}, \quad p_2 = \frac{t(h_1-h_2)(2+h_1+h_2)}{3}.$$

(4.12) 式のように包絡線定理を用いて利潤を最大にする h_i を導出すると、

$$h_1^* = 0, \quad h_2^* = -\frac{2}{3}, \quad \bar{x}^* = \frac{2}{9}, \quad p_1^* = \frac{28t}{27}, \quad p_2^* = \frac{8t}{27}.$$

企業 1 は地点 0 に近づくことで需要を拡大するだけではなく価格競争も緩和することができるので、地点 0 が最適となる。対して、企業 2 は企業 1 が地点 0 にいることを所与とすると、地点 0 に近づくと需要の獲得はできるが、それと伴なって価格競争を促進することになるので、企業 1 から一定程度の距離をおく必要がある。

4.4 補論: 6.1.3 と 6.3 における均衡立地の導出

以下では、6.1.3 項で述べた最適立地の計算を示す。

$$\begin{aligned}
\frac{d\pi_1}{dh_1} &= [p_1^* - c]\left(\frac{\partial \bar{x}_s}{\partial h_1} + \frac{\partial \bar{x}_s}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial h_1}\right) \\
&= [p_1^* - c]\left(\frac{1}{2} + \frac{p_2^* - p_1^*}{2t(h_2-h_1)^2} - \frac{1}{2t(h_2-h_1)} \cdot \frac{-2t(2-h_1)}{3}\right) \\
&= [p_1^* - c] \cdot \frac{-2-3h_1+h_2}{6(h_2-h_1)}, \\
\frac{d\pi_2}{dh_2} &= [p_2^* - c]\left(-\frac{\partial \bar{x}_s}{\partial h_2} - \frac{\partial \bar{x}_s}{\partial p_1}\frac{\partial p_1^*}{\partial h_2}\right) \\
&= [p_2^* - c]\left(-\frac{1}{2} + \frac{p_2^* - p_1^*}{2t(h_2-h_1)^2} + \frac{1}{2t(h_2-h_1)} \cdot \frac{-2t(1+h_2)}{3}\right) \\
&= [p_2^* - c] \cdot \frac{4+h_1-3h_2}{6(h_2-h_1)}.
\end{aligned}$$

もし、h_1 と h_2 が区間 $[0,1]$ に制限されている場合、$d\pi_1/dh_1$ は常に負になり、$d\pi_2/dh_2$ は常に正になることが確認できる。これは、企業 1 は取りうる範囲で最も小さい h_1 を選択するのが最適であり、企業 2 は取りうる範囲で最も大きい h_2 を選択するのが最適であることを意味している。よって、立地に制限がある場合は $h_1 = 0$ と $h_2 = 1$ が均衡で実現する。もし、立地点に制限が無い場合、$d\pi_1/dh_1 = 0$ と $d\pi_2/dh_2 = 0$ を同時に満たす h_1 と h_2 の組で決まる。連立方程式を解くことで、$h_1 = -1/4$ と $h_2 = 5/4$ を得る。

以下では、6.3 節で述べた最適立地の計算を示す。

$$
\begin{aligned}
\frac{d\pi_1}{dh_1} &= p_1^* \left(-\frac{\partial \bar{x}}{\partial h_1} - \frac{\partial \bar{x}}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^*}{\partial h_1}\right) \\
&= p_1^* \left(-\frac{1}{2} + \frac{p_1^* - p_2^*}{2t(h_1 - h_2)^2} + \frac{1}{2t(h_1 - h_2)} \cdot \frac{2t(1 + h_1)}{3}\right) \\
&= p_1^* \cdot \frac{4 - 3h_1 + h_2}{6(h_1 - h_2)}, \\
\frac{d\pi_2}{dh_2} &= p_2^* \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial h_2} + \frac{\partial \bar{x}}{\partial p_1}\frac{\partial p_1^*}{\partial h_2}\right) \\
&= p_2^* \left(\frac{1}{2} + \frac{p_1^* - p_2^*}{2t(h_1 - h_2)^2} + \frac{1}{2t(h_1 - h_2)} \cdot \frac{-2t(2 - h_2)}{3}\right) \\
&= p_2^* \cdot \frac{-2 + h_1 - 3h_2}{6(h_1 - h_2)}.
\end{aligned}
$$

h_1 と h_2 が半直線 $(-\infty, 0]$ 上の値であることを考慮すると、$d\pi_1/dh_1$ から導出される企業 1 の最適反応は $h_2 \in [-4, 0]$ に対して $h_1 = 0$ となる。このことを考慮して、最適反応の交点を求めると $(h_1, h_2) = (0, -2/3)$ を得る。

第 5 章　価格差別

通常、ある製品が存在する場合、その製品に対して設定される価格は 1 つに決まる状況を考えることが多い（いわゆる、一物一価の法則）。しかし、同じ製品やサービスであっても、人や場所によって価格が異なることを観察することは多い。映画館における大人料金と子供料金の併存は、その典型例といえる。このような価格戦略は、しばしば見られ、その適用範囲はかなり広い。そこで、本章では、このような価格戦略である価格差別について分析するための基本枠組みを提示する。

5.1　価格差別の方法

企業が行う価格差別の 多く は、以下の 2 つに分類できる [1]。

(i) 属性による価格差別, (ii) 自己選択による価格差別

前者は、年齢や居住地域など消費者を特定化する要素を、企業側が把握できる（消費者の情報を直接利用できる）時に用いることが出来る。後者は、各消費者に嗜好などの違いが存在することは理解できているが、その違いを直接情報として用いることが出来ない（個々の消費者を何らかの指標で選別できない）場合に用いる [2]。例えば、あるスポーツジムを週に数回利用したいと思ってい

[1] この節は、Tirole (1988) “The theory of industrial organization,” MIT Press と Carbal (2000) “Introduction to Industrial Organization,” MIT Press を参考にしている。

[2] (i) を第三級価格差別 (The third-degree price discrimination)、(ii) を第二級価格差別 (The second-degree price discrimination) と呼ぶことがある（書籍によって degree の訳し方は異なっている）。これらは Pigou (1920) によって名付けられたものであるが、そこでの “degree”（等級・度合）が意味しているものは、独占の生産者による余剰の収奪度合いを表しており、等級が高いほど収奪度合いが高い状況を表していると思われる。ここでは登場していないが、第一級価格差別も存在し、これは各顧客を完全に識別して各顧客の支払意思額に相当する価格を設定して財を売る状況を表しており、結果として余剰のすべてを独占企業が獲得することになる。本章では原則として、Pigou (1920) による分類は用いないことにする。

る消費者と、月に 2、3 回利用すればいいと思っている消費者がいる場合、一定額支払うと 1 か月使いたい放題になる課金方式と、利用 1 回ごとに課金する方式を並列することで、各種類の消費者を彼らの選択を通じて分類する（価格差別する）ことができる。この場合であれば、1 か月利用し放題の方式は前者の消費者を狙った価格付けであり、1 回ごとの課金方式は後者の消費者を狙った価格付けである。

価格差別を行うための条件

価格差別を行うためには、以下のような条件が必要となる。

1. 企業は短期的な市場支配力を持つこと。

   もし市場支配力がない場合、価格競争の結果として最も安い価格を設定できる企業の価格に収れんする。

2. 企業が消費者を直接または間接に分類できること。

   属性による価格差別であれば、属性を把握できなければ、属性ごとの価格は提示できない。自己選択による価格差別の説明で用いたスポーツジムの例であれば、1 か月使い放題の利用権を消費者の間で使いまわされると、1 回ごとの課金は意味をなさない。

3. 異なる価格が付された財で裁定取引が出来ないこと。

   沢山購入する消費者を確保するために、まとめ売りの商品を割引することは観察されるが、この割引を行ったとしても、少量だけ必要とする消費者の間で共同購入できる場合には、すべての消費者がまとめ売りの価格で購入可能になるので、通常価格の意味がなくなる。

以下では、価格差別を式により表現する。消費者の選好を以下の式で表現する。

$$U = v(q, \theta) + y,$$

但し、q は消費した財の量 (質)、y は基準財の消費量、$\theta = (\theta_o, \theta_u)$ は消費者の異質性で、θ_o は観察できる特性、θ_u は観察できない特性を表している。

この下で、各価格差別は以下のように表現できる。

- 属性による価格差別の料金体系を設定する際、観察できる特性を使って価格設定できるので、この価格は $P(q, \theta_o)$ と表せる。これは、購入量 q と消費者の観察できる属性 θ_o に応じた価格を設定することを意味している。例えば、購入量 q に比例する価格付けの場合（線形価格の場合）は、$P(q, \theta_o) = p(\theta_o)q$ と表す。$p(\theta_o)$ となっているので、財一単位当たりの価格が観察できる属性 θ_o に応じて異なる状況を表している。

- 自己選択による価格差別の料金体系 $P(q)$ を設定する際、以下の式で表される消費者行動を考慮する。

$$q(\theta) = \arg\max_q v(q, \theta) - P(q).$$

  この式を考慮することは、属性 θ の消費者による消費量を考慮することを意味しており、言い換えると、市場における需要量を考慮することを意味している。

5.2 属性による価格差別

ここでは、属性による価格差別に関する理論モデルを幾つか紹介する。最初に、複数の市場が存在する状況を考え、独占企業が各市場ごとに異なる価格を設定できる場合と設定できない場合を比較する。次に、消費者の購買履歴に基づいた価格差別について説明をする。

5.2.1 複数市場に対する価格差別

ここでは、独占企業が複数の独立した市場に対して財を供給する状況を考察する [3]。

[3] この項は、Tirole (1988) “The theory of industrial organization”, MIT Press. を参考にしている。

独占企業が費用関数 $C(q)$ に直面している下で、m 個の市場に財を供給する。p_i を市場 i の価格、$D_i(p_i)$ を市場 i の需要量、$q=\sum_{i=1}^m D_i(p_i)$ を独占企業の総生産量とする $(i=1,2,\ldots,m)$。費用関数 $C(q)$ について、$C'(q)\geq 0$ かつ $C''(q)\geq 0$ とする。また、$D_i'(p_i)<0$ とする。

この設定の下、独占企業は各市場に対して利潤を最大にする p_i を設定する。独占企業の利潤 Π_M は以下の式で与えられる。

$$\Pi_M=\sum_{i=1}^m p_iD_i(p_i)-C\left(\sum_{i=1}^m D_i(p_i)\right).$$

利潤最大化の一階条件を導出すると、

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial p_i}=D_i(p_i)+p_iD_i'(p_i)-C'\left(\sum_{i=1}^m D_i(p_i)\right)D_i'(p_i)=0,\quad i=1,2,\ldots,m.$$

この式を変形すると、

$$D_i(p_i)+(p_i-C'(q))D_i'(p_i)=0,\quad\rightarrow\quad \frac{p_i-C'(q)}{p_i}=\frac{1}{\varepsilon_i},$$

但し、ε_i は $\varepsilon_i=-D_i'(p_i)p_i/D_i(p_i)$ であり、市場 i における需要の価格弾力性である。この式から、市場 i における需要の価格弾力性が低くなるほど $1/\varepsilon_i$ は大きくなり、価格 p_i は高くなることがわかる。

価格差別が社会全体の厚生に与える影響について考察する。ここでは、企業の限界費用を一定とする。すなわち、$C(\sum_i q_i)=c\sum_i q_i$ であり c は正の定数である。この仮定によって、ある市場における価格の決定（生産量の決定）が別の市場における限界費用の水準に影響を与えないことになる。市場 i における純消費者余剰を $CS_i(p_i)$ で表し、p_i は価格差別が行えるときの市場 i における価格、$\bar{p}$ を価格差別を行えないときの各市場における価格とする。

価格差別が行えるときと行えないときの余剰の差は、以下の通りである。

$$\Delta W=\left(\sum_{i=1}^m[CS_i(p_i)-CS_i(\bar{p})]\right)+\left(\sum_{i=1}^m(p_i-c)q_i-\sum_{i=1}^m(\bar{p}-c)\bar{q}_i\right).$$

$CS_i'(p_i)=-D_i(p_i)$ かつ $CS_i''(p_i)=-D_i'(p_i)>0$ が成り立つので、純消費者余

剰の関数 $CS_i(p_i)$ は p_i に関する凸関数である[4]。この事実と凸関数の性質を用いると以下の式が得られる。

$$CS_i(p_i) \geq CS_i(\bar{p}) + CS_i'(\bar{p})(p_i - \bar{p}).$$

これと等式 $CS_i'(\bar{p}) = -D_i(\bar{p}) = -\bar{q}_i$ を用いると、先ほどの関係式は以下のように変形できる。

$$CS_i(p_i) - CS_i(\bar{p}) \geq -\bar{q}_i(p_i - \bar{p}). \tag{5.1}$$

これを既に導出している余剰の差 ΔW に適用すると、以下の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta W &\geq -\left(\sum_{i=1}^{m} \bar{q}_i(p_i - \bar{p})\right) + \left(\sum_{i=1}^{m}(p_i - c)q_i - \sum_{i=1}^{m}(\bar{p} - c)\bar{q}_i\right) \\ &= \sum_{i=1}^{m}(p_i - c)\Delta q_i, \end{aligned} \tag{5.2}$$

但し、$\Delta q_i \equiv q_i - \bar{q}_i$ とする。

図 8-1 では、限界費用を c として 2 つの市場で実現する価格の例を示している。価格差別ができない場合は、両市場で価格 $\bar{p}$ が設定される。価格差別できる場合、市場 i の方が市場 j よりも逆需要関数の傾きが急で需要が価格に対して非弾力的となる状況を表しており、市場 i の価格は市場 j よりも高くなる。

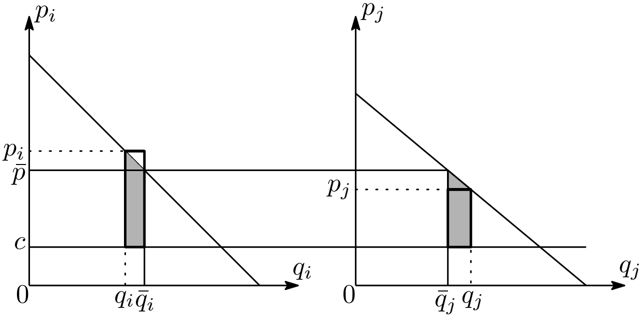


図 8-1: 価格差別による余剰の変化 (1)

[4]最初の等式は、微小な価格上昇によって価格 p における消費量 $D(p)$ だけ支払いが増えることで生じる損失を表している。後者の等式は前者の等式から導出できる。また、最後の不等式は需要関数の仮定から得ている。

価格差別できることで価格が上昇する市場と下落する市場に区別されるが、以下では、各市場における余剰変化を図 8-1 を用いて確認する。左側の市場では、価格が上昇して余剰が減少している。減少量の絶対値は、色塗りされた台形の面積で表される。これは、太枠で示された長方形の面積よりも小さい。よって、価格差別による価格上昇で生じた余剰の変分（色塗りされた台形面積に -1 を乗じたもの）を ΔW_i とした時、$\Delta W_i \geq (p_i - c)(q_i - \bar{q}_i) = (p_i - c)\Delta q_i$ が成り立つ。

右側の市場では、価格が下落して余剰が増加している。増加量は、色塗りされた台形の面積で表される。これは、太枠で示された長方形の面積よりも大きい。よって、価格差別による価格下落によって生じた余剰の変分を ΔW_j とした時、$\Delta W_j \geq (p_j - c)(q_j - \bar{q}_j) = (p_j - c)\Delta q_j$ が成り立つ。ここで得た 2 本の不等式を用いることで、ΔW の下限が (5.2) 式で得た $\sum_{i=1}^{m}(p_i - c)\Delta q_i$ となることが理解できる。

(5.1) 式を導出した時と同様に、凸関数の性質を用いると以下の関係式も得られる。

$$CS_i(\bar{p}) \geq CS_i(p_i) + CS_i'(p_i)(\bar{p} - p_i).$$

これと等式 $CS_i'(p_i) = -D_i(p_i) = -q_i$ を用いると、この不等式は以下のように変形できる。

$$CS_i(p_i) - CS_i(\bar{p}) \leq q_i(\bar{p} - p_i).$$

これを既に導出している余剰の差 ΔW に適用すると、以下の関係式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta W &\leq \left(\sum_{i=1}^{m} q_i(\bar{p} - p_i)\right) + \left(\sum_{i=1}^{m}(p_i - c)q_i - \sum_{i=1}^{m}(\bar{p} - c)\bar{q}_i\right) \\ &= (\bar{p} - c)\sum_{i=1}^{m}\Delta q_i. \end{aligned} \tag{5.3}$$

この式から、価格差別によって生産量の総和が減少した場合、社会厚生が減少することがわかる。

先ほどと同様、価格差別できることで価格が上昇する市場と下落する市場を区別して議論する。各市場における余剰変化を図 8-2 を用いて確認する。左側の

市場では、価格が上昇して余剰が減少している。減少量の絶対値は、色塗りされた台形の面積で表される。これは、太枠で示された長方形の面積よりも大きい。よって、価格差別による価格上昇によって生じた余剰の変分を ΔW_i とした時、$\Delta W_i \leq (\bar{p}-c)(q_i-\bar{q}_i) = (\bar{p}-c)\Delta q_i$ が成り立つ。右側の市場では、価格が下落して余剰が増加している。増加量は、色塗りされた台形の面積で表される。これは、太枠で示された長方形の面積よりも小さい。よって、価格差別による価格下落によって生じた余剰の変分を ΔW_j とした時、$\Delta W_j \leq (\bar{p}-c)(q_j-\bar{q}_j) = (\bar{p}-c)\Delta q_j$ が成り立つ。ここで得た不等式を用いることで、ΔW の上限が (5.3) 式で得た $\sum_{i=1}^{m}(\bar{p}-c)\Delta q_i = (\bar{p}-c)\sum_{i=1}^{m}\Delta q_i$ となることが理解できる。

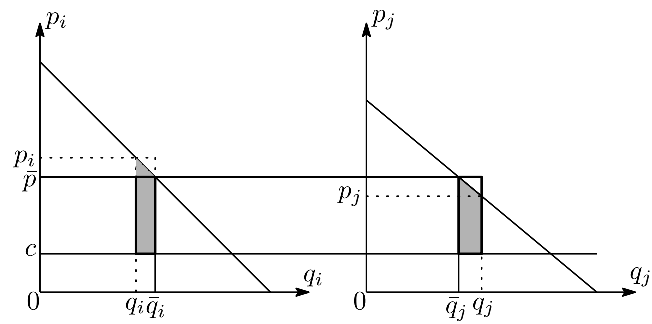


図 8-2: 価格差別による余剰の変化 (2)

5.2.1 節のまとめ

複数の市場に財を供給する独占企業が存在する下で、この独占企業が各市場に対して異なる価格を提示できる場合、言いかえると、この独占企業が価格差別できる場合、総余剰の変化の上限は、価格差別によって生じる各市場における生産量の変化量を足し合わせたものになる。よって、価格差別によって生産量の総和が減少することは、総余剰が減少することの十分条件になる。

補足説明　ここでは価格差別によって社会厚生が悪化することを示したが、7 章で扱った製品差別化を表す需要関数のもとで企業が競争している場合には、

価格差別によって社会厚生が改善する可能性があることを示した論文がある (Adachi and Matsushima, 2014)。

5.2.2　購入履歴による価格差別

企業の価格戦略において、消費者の購入履歴 (purchase history) を有効に活用できることがある。例えば、ある企業のある製品を購入した後、この製品を購入した消費者は、将来時点で新たな製品を買う際、製品に対する慣れなどによって再度同じ製品を購入する傾向ある。ここでは、このような既存顧客と新規顧客との違いが存在する場合に、どの様な方法で価格差別を行うのか考察する [5]。

同質財を供給する企業 a と企業 b が存在し、この 2 社が 2 期間に渡り製品を 2 回供給する状況を考える。市場には大きさ 1 の消費者群が存在する。

1. 1 期目に価格 p_1^j $(j = a, b)$ を提示する。消費者はどちらかを選択する。

   購入により発生する消費者余剰は $v - p_1^j$ とする。但し、v は正の定数で十分大きいとする。 この式は、1 期目に財を購入する際には a と b の製品を同じものと見なしていることを表現している。

2. 2 期目に消費者の移転費用 θ が $[0, \bar{\theta}]$ 上の一様分布に従って決まる。この移転費用として考えられるものとして、慣れた製品から慣れない製品へ変更する際に生じる学習費用などがある。また、2 期目における余剰は $\delta \in (0, 1)$ の重みづけをする。すなわち、1 期目の価値に比べて $1 - \delta$ だけ割り引かれることを仮定したことになる。

   もし価格差別が可能であれば、各企業 j は価格の体系 $\{p_{2a}^j, p_{2b}^j\}$ を提示する。前者（後者）は、1 期目に a から（b から）買った消費者向けの価格を表している。すなわち、1 期目の購入履歴を用いて価格差別を行うことになる。

[5] 本項の内容は、Chen (1997) “Paying Customers to Switch,” *Journal of Economics and Management Strategy* を参考にしている。

1 期目に企業 j から製品を買い 2 期目も j から購入した場合の余剰 $(j = a, b)$ と、1 期目に企業 j から製品を買い 2 期目は k から購入した場合の余剰 $(j, k = a, b, j \neq k)$ は、それぞれ以下の式で表される。

$$v - p_1^j + \delta(v - p_{2j}^j), \tag{5.4}$$

$$v - p_1^j + \delta(v - p_{2j}^k - \theta). \tag{5.5}$$

価格差別できる場合

まずは、購入履歴を用いた価格差別ができる場合を考える。

まず、2 期目の選択を考える。1 期目に a から買った消費者と b から買った消費者を区別して考える。1 期目に a から買った移動費用が θ の消費者が 2 期目も a から買うのは、(5.4) 式と (5.5) 式から、以下の条件式を満たす時である。

$$v - p_{2a}^a \geq v - p_{2a}^b - \theta \quad \Rightarrow \quad \theta \geq p_{2a}^a - p_{2a}^b. \tag{5.6}$$

すなわち、(5.7) 式における右側不等式の右辺 $(p_{2a}^a - p_{2a}^b)$ よりも移動費用 θ が大きい消費者は続けて a から買い、そうではない消費者は b へ移る。1 期目に a から買った消費者の割合を ϕ^a で表す。但し、この ϕ^a は 1 期目の終わりに決まっている値で、1 期目の問題を考える際に議論する。a を買い続ける消費者と b に移る消費者の割合は、それぞれ以下の式で表せる。

$$\begin{aligned}
\phi^a \int_{p_{2a}^a - p_{2a}^b}^{\bar{\theta}} \frac{1}{\bar{\theta}} d\theta &= \phi^a \left(1 - \frac{p_{2a}^a - p_{2a}^b}{\bar{\theta}}\right), \\
\phi^a \int_0^{p_{2a}^a - p_{2a}^b} \frac{1}{\bar{\theta}} d\theta &= \frac{\phi^a (p_{2a}^a - p_{2a}^b)}{\bar{\theta}}.
\end{aligned}$$

1 期目に企業 b から買った消費者についても同様の式を作れる。

導出した 2 期目の需要量を用いて、2 期目における各企業の利潤関数を導出すると

$$\begin{aligned}
\pi_2^a &= (p_{2a}^a - c)\phi^a \left(1 - \frac{p_{2a}^a - p_{2a}^b}{\bar{\theta}}\right) + (p_{2b}^a - c)\frac{(1 - \phi^a)(p_{2b}^b - p_{2b}^a)}{\bar{\theta}}, \\
\pi_2^b &= (p_{2a}^b - c)\frac{\phi^a (p_{2a}^a - p_{2a}^b)}{\bar{\theta}} + (p_{2b}^b - c)(1 - \phi^a)\left(1 - \frac{p_{2b}^b - p_{2b}^a}{\bar{\theta}}\right).
\end{aligned}$$

各企業の利潤最大化問題を解くと、

$$p_{2j}^{j} = c + 2\bar{\theta}/3, \quad p_{2k}^{j} = c + \bar{\theta}/3, \quad (j, k = a, b, k \neq j).$$

ここで考えている設定では、2 期目の価格は 1 期目における消費者の割合 ϕ^a に依存していない。この結果を用いて 2 期目における各企業の利潤を ϕ^a の関数として導出すると、

$$\pi_2^a(\phi^a) = \frac{(1+3\phi^a)\bar{\theta}}{9}, \quad \pi_2^b(\phi^a) = \frac{(4-3\phi^a)\bar{\theta}}{9}$$

ここで確認した 2 期目に起こることを予測して、各企業と消費者は 1 期目の行動を決める。

1 期目において、各消費者は各財を同質と評価しているので、ベルトラン競争のような状況になると予想されるが、2 期目の販売があるため趣がやや異なっている。消費者としては、2 期目における ϕ^a とは関係無く 2 期目の価格は決まっているので、消費者の 2 期目における期待利得は選択とは無関係に決まっている。よって、1 期目の価格が低い方を選択する。

しかし、企業としては、1 期目に獲得した消費者の割合によって 2 期目の利潤が異なる。ここでは、3 つの状況が起こりうる。1 つは全ての消費者を獲得する場合、1 つは半分の消費者を獲得する場合、もう 1 つは全く消費者を獲得できない場合である。先ほど導出した $\pi_2^a(\phi^a)$ を用いて、各状況における 2 期目の利潤を導出すると以下の値を得る。

$$\pi_2^a(1) = \frac{4\bar{\theta}}{9}, \quad \pi_2^a(1/2) = \frac{5\bar{\theta}}{18}, \quad \pi_2^a(0) = \frac{\bar{\theta}}{9},$$

この結果を読み込んで、各企業は 1 期目の価格を設定する。対称均衡（$\phi^a = 1/2$）になると想定した場合、以下の式が成立する必要がある。

$$\frac{(p_1^j - c)}{2} + \delta\pi_2^a(1/2) \geq \delta\pi_2^a(0),$$
$$\frac{(p_1^j - c)}{2} + \delta\pi_2^a(1/2) \geq (p_1^j - c) + \delta\pi_2^a(1).$$

最初の不等式は、企業 j が企業 k $(j, k = a, b,\ k \neq j)$ と同じ価格を設定することで 1 期目の需要を分け合った時に得られる利潤 $(p_1^j - c)/2$ と、2 期目に $\phi^a = 1/2$

の下で得る期待利潤に割引因子を乗じたもの $\delta\pi_2^a(1/2)$ の合計を得る方が、1 期目に需要を何も得ずに 2 期目に $\phi^a = 0$ の下で得る期待利潤に割引因子を乗じたもの $\delta\pi_2^a(0)$ を得るよりも望ましいことを表している。同様に、2 本目の不等式は、企業 j が企業 k $(j, k = a, b,\ k \neq j)$ と同じ価格を設定することで 1 期目の需要を分け合った時に得られる利潤 $(p_1^j - c)/2$ と、2 期目に $\phi^a = 1/2$ の下で得る期待利潤に割引因子を乗じたもの $\delta\pi_2^a(1/2)$ の合計を得る方が、1 期目に僅かだけ価格を引き下げて全ての需要を獲得した時に得られる利潤 $(p_1^j - c)$ と、2 期目に $\phi^a = 1$ の下で得る期待利潤に割引因子を乗じたもの $\delta\pi_2^a(1)$ の合計を得るよりも望ましいことを表している。

この 2 本の不等式を同時に満たす価格は唯一定まる。

$$p_1^j = c - \frac{\delta\bar{\theta}}{3}.$$

1 期目に消費者を獲得すると 2 期目に獲得できる期待利潤が増加するので、その分だけ 1 期目の均衡価格が低下して、結果として限界費用 c を下回る価格になる。この価格設定の下、2 期間合計の利潤は

$$\pi^a = \pi^b = \frac{\delta\bar{\theta}}{9}.$$

最終的に、1 期目に消費者を全く獲得しなかった時に得られる 2 期目の期待利潤に割引因子を乗じただけの利潤を得る。

価格差別できない場合

次に、2 期目に価格差別できない場合を考える。この場合、2 期目における価格付けは 1 期目における市場占有率 ϕ^a に依存し、分析上、場合分けが必要になる。

まずは 2 期目の選択を考える。ここでは、$\phi^a \geq 1/2$ の場合のみを扱う（対称性によって $\phi^a \leq 1/2$ の場合も同様に扱える）。消費者の移転費用は $[0, \bar{\theta}]$ の一様分布に従って割り当てられているので、各企業が 2 期目に直面する市場構造は、図 8-3 のような消費者分布の下、企業 a が地点 $-\bar{\theta}$ に立地し、企業 b が

地点 $\bar{\theta}$ に立地して価格競争を行う状況になっている。各企業が設定した価格の大小関係が $p_2^a \geq p_2^b$ となる場合、企業 a の価格が高いので、移転費用 θ が価格差 $p_2^a - p_2^b$ よりも小さい消費者が a から b へ変更する。b へ変更する消費者の大きさは $\phi^a(p_2^a - p_2^b)/\bar{\theta}$ である（図 8-3、太線で囲まれた長方形）。同様に価格の大小関係が $p_2^a < p_2^b$ の場合を考えると、企業 b の価格が高いので、移転費用 θ が価格差 $p_2^b - p_2^a$ よりも小さい消費者が b から a へ変更する。消費者の移転費用は $[0, \bar{\theta}]$ の一様分布に従って割り当てられているので、a へ変更する消費者の大きさは $(1-\phi^a)(p_2^b - p_2^a)/\bar{\theta}$ である。

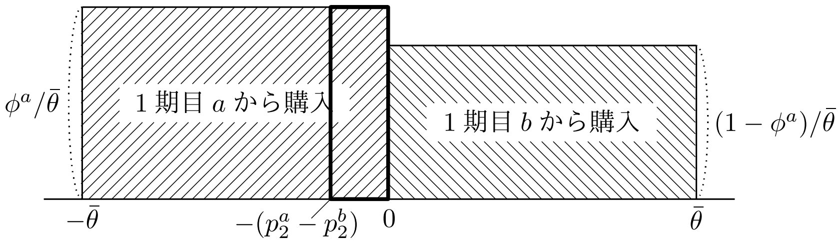


図 8-3: 2 期目における価格競争（$p_2^a \geq p_2^b$ の場合）

　これらのことを考慮して、各企業の利潤関数を導出すると以下の式を得る。

$$\pi_2^a = \begin{cases} (p_2^a - c)\dfrac{\phi^a(\bar{\theta} - (p_2^a - p_2^b))}{\bar{\theta}}, & p_2^a \geq p_2^b \text{の時}, \\ (p_2^a - c)\left(\phi^a + \dfrac{(1-\phi^a)(p_2^b - p_2^a)}{\bar{\theta}}\right), & p_2^a < p_2^b \text{の時}, \end{cases}$$

$$\pi_2^b = \begin{cases} (p_2^b - c)\left((1-\phi^a) + \dfrac{\phi^a(p_2^a - p_2^b)}{\bar{\theta}}\right), & p_2^a \geq p_2^b \text{の時}, \\ (p_2^b - c)\dfrac{(1-\phi^a)(\bar{\theta} - (p_2^b - p_2^a))}{\bar{\theta}}, & p_2^a < p_2^b \text{の時}. \end{cases}$$

$\phi^a \geq 1/2$ であることを所与として問題を解くと

$$p_2^a = c + (1+\phi^a)\bar{\theta}/3\phi^a, \quad p_2^b = c + (2-\phi^a)\bar{\theta}/3\phi^a.$$

$p_2^a \geq p_2^b$ であることから、1 期目に a を買った消費者で、2 期目に a と b が無差別になる消費者の移転費用は $\theta = (p_2^a - p_2^b) = (2\phi^a - 1)\bar{\theta}/3\phi^a (\geq 0)$ となる。

各企業の 2 期目における利潤を導出すると、

$$\pi_2^a = \frac{(1+\phi^a)^2\bar{\theta}}{9\phi^a}, \quad \pi_2^b = \frac{(2-\phi^a)^2\bar{\theta}}{9\phi^a}.$$

1 期目には、2 期目の結果を予想して消費者は購入の選択をする。1 期目に a を選択することと b を選択することが無差別になる市場占有率 $\phi^a(\geq 1/2)$ は以下の式を満たす。

$$\begin{aligned} & v - p_1^a + \delta\left(v - \int_{p_2^a - p_2^b}^{\bar{\theta}} p_2^a \frac{1}{\bar{\theta}} d\theta - \int_0^{p_2^a - p_2^b} (p_2^b + \theta)\frac{1}{\bar{\theta}} d\theta\right) \\ = \quad & v - p_1^b + \delta(v - p_2^b). \end{aligned}$$

すでに確認したように、1 期目に b を選択した消費者は 2 期目も b を購入するので、右辺の余剰を得る。対して、1 期目に a を選択したことを所与として、2 期目に b へ変更するのは 2 期目に割り当てられた移転費用 θ が価格差 $p_2^a - p_2^b$ よりも小さい消費者である。2 つの積分を合計したものは、移転費用も含む期待支払額になっている。最初の積分では、消費者に割り当てられた θ が $p_2^a - p_2^b$ よりも大きい状況を表しているので、この消費者は a を購入し続ける結果として支払額は p_2^a となる。2 つ目の積分では、割り当てられた θ が $p_2^a - p_2^b$ よりも小さい状況を表しているので、この消費者は b へ変更する結果として移転費用 θ を含めた支払額 $p_2^b + \theta$ を被ることになる。

この等式から、各価格 (p_1^a, p_1^b) の下で実現する市場占有率 ϕ^a を導出すると、

$$p_1^a - p_1^b + \frac{\delta\bar{\theta}(2\phi^a - 1)(4\phi^a + 1)}{18(\phi^a)^2} = 0.$$

ϕ^a を明示的に扱うことは難しいが、p_1^a や p_1^b の変化と ϕ^a の変化の関係を確認できる。

$$\frac{\partial\phi^a}{\partial p_1^a} = -\frac{\partial\phi^a}{\partial p_1^b} = -\frac{9(\phi^a)^3}{\delta\bar{\theta}(1+\phi^a)}. \tag{5.7}$$

各企業の利潤関数は

$$\pi^a = (p_1^a - c)\phi^a + \delta\frac{(1+\phi^a)^2\bar{\theta}}{9\phi^a}, \tag{5.8}$$

$$\pi^b = (p_1^b - c)(1-\phi^a) + \delta\frac{(2-\phi^a)^2\bar{\theta}}{9\phi^a}. \tag{5.9}$$

各利潤関数は $\phi^a = 1/2$ で屈折しており、この丁度 $\phi^a = 1/2$ となる $p_1^a = p_1^b$ の点では利潤最大化問題を解くときに用いる通常の偏微分を行うことはできない。しかし、ここでは利潤関数に分析する上で都合のよい性質が存在する。ここで $\phi^a \geq 1/2$ であることを考慮すると、各利潤関数の第二項は $\phi^a = 1/2$ で最大になっていることが確認できる（注意点：$\phi^a \leq 1/2$ の場合は企業 a と企業 b の利潤関数を入れ替えることになるので、同じ議論が当てはまる）[6]。これは、(5.8) 式において、$\phi^a \geq 1/2$ となる $p_1^a (\leq p_1^b)$ の範囲で、(5.8) 式の第一項を p_1^a で偏微分したものに $p_1^a = p_1^b$ を代入して値がゼロになっているならば（これは十分条件）、この状態から企業 a に価格を変更する誘因がないことを意味している。なぜならば、この代入した値がゼロになっている状態から、企業 a が p_1^a から価格を下げると、(5.8) 式の第一項を p_1^a で偏微分した値が正になり、第二項は最大化されなくなるからである（既に述べたとおり、$\phi^a = 1/2$ で第二項は最大化されるから）。同様に、(5.9) 式において、$\phi^a \geq 1/2$ となる $p_1^b (\geq p_1^a)$ の範囲で、(5.9) 式の第一項を p_1^b で偏微分したものに $p_1^b = p_1^a$ を代入して値がゼロになっているならば（これは十分条件）、この状態から企業 b に価格を変更する誘因がないことを意味している。なぜならば、企業 b が p_1^b から価格を上げると、(5.9) 式の第一項を p_1^b で偏微分した値が負になり、(5.9) 式の第二項は最大化されなくなるからである（$\phi^a = 1/2$ で第二項は最大化されるから）。よって、各利潤関数における第一項の微係数がゼロになる $p_1^a = p_1^b$ を探せば、その価格組は均衡価格の組となる。このことと (5.7) の偏微分を考慮して価格を導出すると、

$$\frac{\partial}{\partial p_1^a}(p_1^a - c)\phi^a = (p_1^a - c)\frac{\partial \phi^a}{\partial p_1^a} + \phi^a = -\frac{9(p_1^a - c)(\phi^a)^3}{\delta\bar{\theta}(1+\phi^a)} + \phi^a = 0.$$

均衡において $p_1^a = p_1^b$ であり、その結果として $\phi^a = 1/2$ となることを考慮して、p_1^i について解くと、

$$p_1^{i\,*} = c + \frac{2\delta\bar{\theta}}{3}, \quad \pi^{i*} = \frac{5\delta\bar{\theta}}{6}.$$

[6] (5.8) 式の第二項を ϕ^a で偏微分すると、$-\delta(1+\phi^a)(1-\phi^a)\bar{\theta}/(9(\phi^a)^2)$ であり、$1/2 \leq \phi^a \leq 1$ の範囲では、(5.8) 式の第二項は $\phi^a = 1/2$ で最大化されることが確認できる。同様に、(5.9) 式の第二項を ϕ^a で偏微分すると、$-\delta(2-\phi^a)(2+\phi^a)\bar{\theta}/(9(\phi^a)^2)$ であり、$1/2 \leq \phi^a \leq 1$ の範囲では、(5.9) 式の第二項は $\phi^a = 1/2$ で最大化されることが確認できる。

価格差別できる場合に比べて 1 期目の価格競争が緩和されるので、価格や利潤が大きくなっている。

5.3 自己選択による価格差別

最初に、自己選択による価格差別の基本モデルとして、単純な非線形料金 (non-linear pricing) について説明をする。非線形料金とは、価格の体系が製品の購入量 q に対して単純な比例関係 pq（ここで p は 1 単位当たり価格）となっていない料金体系のことを意味する。

非線形料金について説明した後に、この自己選択の価格差別に関する応用例として、抱き合わせ販売 (tie-in sales) について簡単に議論する [7]。

5.3.1 二部料金

ここでは、非線形料金の例として二部料金を紹介する。

独占企業が財を供給する状況を考える。この独占企業は、この財を限界費用 c で生産できる。そして、ある消費者が q 単位の財を購入した時に支払う金額を、以下の関数に従った形で設定している。

$$T(q) = \begin{cases} A + pq, & q > 0 \text{ の時}, \\ 0, & q = 0 \text{ の時}, \end{cases}$$

但し、A は固定料金、p は単位当たり料金とする。固定料金部分と利用量に応じた料金（変動料金）部分の二部分で構成されているため、このような料金体系を二部料金 (two-part tariff) と呼ぶ。

[7] この小節は、Maskin and Riley (1984) “Monopoly with Incomplete Information,” *Rand Journal of Economics* と Tirole (1988) を参考にしている。

この料金体系の下、消費者 θ は以下のような選好を持っていると仮定する[8]。

$$U = \begin{cases} \theta V(q) - T(q), & T(q) \text{ 支払って、} q \text{ の消費をする時,} \\ 0, & \text{何も買わない時.} \end{cases}$$

θ は財に対する好みの程度を表し、関数 V は $V(0) = 0$、$V'(q) > 0$、$V''(q) < 0$ の 3 つを満たすとする。

ここでは議論を簡単にするため、θ に関して 2 種類の消費者が存在すると仮定する。$\theta = \theta_1$ の消費者は λ の割合だけ存在し、$\theta = \theta_2$ の消費者は $1 - \lambda$ の割合だけ存在し、$\theta_2 > \theta_1 > c$ の関係が成り立っているとする。計算を簡単にするため、$V(q)$ を以下のように設定する。

$$V(q) = \frac{1 - (1-q)^2}{2}, \quad V'(q) = 1 - q. \tag{5.10}$$

完全差別化

まず、独占企業が消費者の θ を完全に識別することが可能で、各消費者に対して異なる料金を提示できる場合を考える。この場合、$p = c$ に設定し、発生した消費者余剰を全て固定料金で徴収するのが最適であることが示せる。

まず消費者余剰を導出する。価格 p における消費者 θ_i による最適選択は以下の式で表される。

$$\max_q \ \theta_i V(q) - pq - A.$$

---

[8] まず、全ての消費者が以下の選好を持っていると仮定する。

$$U(I - T) + V(q).$$

I は所得水準で T は支払う金額である。よって、$I - T$ は支払い後の所得で、各関数に以下の仮定を課す（$U' > 0$, $U'' < 0$, $V(0) = 0$, $V' > 0$, $V'' < 0$）。もし、$T \ll I$ ならば、選好の式は以下の式で一階近似できる（テイラー展開）。

$$U(I) - TU'(I) + V(q).$$

$\theta \equiv 1/U'(I)$ と定義すると、この近似式は $U(I) - T/\theta + V(q)$ となるが、$U(I)$ は定数なので、これを引いても大小関係は変化せず、その差し引いたものに θ を乗じても θ は正なので、やはり大小関係は変化しない。よって、変形した近似式 $U(I) - T/\theta + V(q)$ は、式 $\theta V(q) - T$ と同値になる。この θ は、U に関する仮定から、I が大きくなるほど大きくなることが確認できる。

この式から、$\theta_i V'(q) = p$ を得るが、(5.10) 式における簡単化により $\theta_i(1-q) = p$ となる。ここから消費者 θ_i の需要関数と固定料金支払い前の消費者余剰を導出すると、

$$D_i(p) \equiv 1 - p/\theta_i, \quad CS_i(p) \equiv \frac{(\theta_i - p)^2}{2\theta_i}.$$

独占企業は、固定料金 A_i で徴収できる最大の金額は固定料金支払い前の消費者余剰である $CS_i(p)$ となる。このことを踏まえて最適な p を設定するので、以下の最大化問題から p を得る。

$$\max_p \ (p-c)D_i(p) + CS_i(p).$$

ここから最適な価格を導出して、その価格を用いて利潤を導出すると以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} &p_a \equiv c, \\ &\Pi_a \equiv \lambda CS_1(c) + (1-\lambda)CS_2(c) = \lambda\frac{(\theta_1 - c)^2}{2\theta_1} + (1-\lambda)\frac{(\theta_2 - c)^2}{2\theta_2}. \end{aligned} \tag{5.11}$$

線形料金

次に、全ての消費者に対して同じ線形料金 p を提示する場合を考える。価格 p の下、需要の合計 $D(p)$ は、

$$D(p) \equiv \lambda D_1(p) + (1-\lambda)D_2(p) = 1 - p/\tilde{\theta},$$

但し、$1/\tilde{\theta} \equiv \lambda/\theta_1 + (1-\lambda)/\theta_2$ である。この需要関数 $D(p)$ の下、独占企業の目的関数は、

$$\Pi_b(p) = (p-c)D(p) = (p-c)(1-p/\tilde{\theta}). \tag{5.12}$$

利潤最大化問題を解いて、価格と利潤を導出すると

$$p_b \equiv \frac{c+\tilde{\theta}}{2}, \quad \Pi_b \equiv \frac{(\tilde{\theta} - c)^2}{4\tilde{\theta}}. \tag{5.13}$$

二部料金

最後に、二部料金の設定方法について考える。本来であれば、2 種類の二部料金を設定し、それぞれを各消費者に選択させることで、より高い利潤が得られるが、ここでは考えず、すべての消費者に対して同じ料金体系を提示して、その下で消費量の選択をしてもらう（この方法でも、実際に各消費者が被る消費量 1 単位当たり料金には違いが生じる）。

まず、価格 p の下、消費者 θ_1 の支払える固定料金の上限は $A = CS_1(p)$ であるが、この料金設定であれば、消費者 θ_2 も買う。よって、全ての消費者が固定料金 $A = CS_1(p)$ を支払い、市場全体での販売量は $D(p)$ となる。この時、独占企業の利潤最大化問題は以下の式で表される。

$$\max_{p}\ CS_1(p) + (p-c)D(p).$$

この最適化問題によって得られる価格と利潤は

$$p_c \equiv \frac{c}{2-\tilde{\theta}/\theta_1},\quad \Pi_c \equiv \frac{\theta_1\tilde{\theta}(2\theta_1-\tilde{\theta}) - 2\tilde{\theta}(2\theta_1-\tilde{\theta})c + \theta_1 c^2}{2\tilde{\theta}(2\theta_1-\tilde{\theta})}. \tag{5.14}$$

$CS_1(p)$ が $CS_2(p)$ に比べて十分小さい場合など、消費者 θ_1 を相手にすることから得られる利益が小さい場合、ここで設定した価格ではなく、消費者 θ_1 を排除して消費者 θ_2 だけに売れるような価格を設定する方が利益が高くなる。その場合、$p = c$ を設定し、固定料金は完全差別化の時に設定した $A_2 = CS_2(c)$ にする。

結果の比較

(5.11)、(5.13)、(5.14) の各式で得ている価格と利潤を比べると、以下の関係を得る。

$$\Pi_b \leq \Pi_c \leq \Pi_a,\quad p_a = c < p_c < p_b.$$

$p_c < p_b$ となる理由は、$p = p_b$ から僅かだけ価格を減少させたときに生じる、(5.12) 式における $(p-c)D(p)$ の変化と消費者余剰の変化に着目することで理解

できる。$p=p_b$ における p の微小な減少による $(p-c)D(p)$ の減少量はゼロである。それは、$p=p_b$ において $(p-c)D(p)$ が最大化されているので、$(p-c)D(p)$ を p で微分した時の微係数が $p=p_b$ においてゼロになっているからである。対して、$p=p_b$ における p の微小な減少によって、消費者余剰は厳密に正の値だけ増加する。よって、二部料金を採用する場合、p を p_b から減少させることで増加した消費者余剰を固定料金で回収することで、より多くの利潤が得られる。

　また、$c<p_c$ となる理由も、$p=c$ から僅かだけ価格を上昇させたときに生じる、消費者 θ_1 から得られる利潤の変化と消費者 θ_2 から得られる利潤の変化に着目することで理解できる。

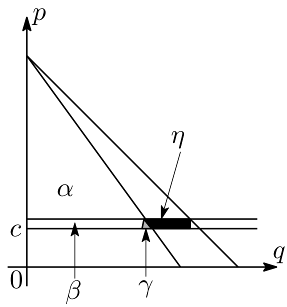


図 8-2: 価格を限界費用と一致させない理由

$p=c$ に設定して固定料金を設定する場合、その固定料金の水準は三角形 α、長方形 β、三角形 γ の合計になる。ここで、少しだけ価格 p を上昇させる。それにより設定できる固定料金の水準は三角形 α に減少する。しかし、消費者 θ_1 は線形料金で長方形 β だけ支払うので、この消費者からの支払い額は三角形 γ だけ減少する。もし、価格引き上げ幅が十分に小さい場合、この三角形 γ の部分は十分に小さい値である。対して、消費者 θ_2 からは線形料金で長方形 β、三角形 γ、台形 η の合計を得られるので、この消費者からの支払い額の増加は台形 η になる。この台形 η は、価格引き上げ幅が十分に小さい場合、先ほどの三角形 γ よりも厳密に大きいことが確認できる（各図の高さは価格上昇幅で一致していて、台形 η の上底と下底の合計を 2 で割った長さが、三角形 γ の底辺よりも厳密に長いから）。

5.3.2　非線形価格の応用例（抱き合わせ販売）

前述の二部料金に関する議論を応用すると、抱き合わせ販売 (Tie-in sales) について扱うことが出来る。

企業が製品「本体」とその「補完」製品を売る状況を考える。本体は 1 つあれば十分で、補完製品を使うために必要な装置であり、本体それ自体からの便益は存在しないとする。ゲーム機であれば、ゲーム機は製品本体で、その本体を使って遊ぶソフトが補完製品に対応する。この本体を所有することで、補完製品から便益が受けられる。補完製品 q 単位消費することから得られる効用は 8.3.1 項のものと同じとする。また、消費者の分布に関する仮定なども 8.3.1 項のものと同じとする。

本体の単位当たり生産費用は c_0、補完製品のそれは c とする。本体は独占企業が製造し、補完製品は本体の独占企業以外にも数多くの企業が同じ生産技術を用いて生産できるとする。

抱き合わせ販売

独占企業が、補完製品を本体と抱き合わせで販売する状況を考える。ここでは、抱き合わせによって他の企業から補完製品を購入できないとする。本体の価格を A、補完製品の価格を p とすると、二部料金を課された状況と同じになるので、8.3.1 項の二部料金を用いたときの価格付け $A = CS_1(p_c)$ と $p = p_c$ が実現する。ここでも先ほどと同様に、消費者 θ_1 から得られる利潤が小さい場合には、消費者 θ_2 だけを相手にする価格（$A = CS_2(c)$ と $p = c$）を設定することが最適になる。

ばら売り

まとめ売りが禁止された場合、補完財は競争市場で $p = c$ になると仮定する。この価格付けを踏まえて、本体の独占企業は本体価格を $CS_1(c)$ に設定する。この状況でも、8.3.1 項の「二部料金」で述べた理由により、本体価格を $A = CS_2(c)$ に設定して消費者 θ_2 だけを相手にした方がいい場合もある。

独占企業にとって、何れの状況においても両方の消費者群を相手にした方が得する場合、まとめ売りにより、補完財価格は $p = c$ から $p = p_c$ に上昇して本体価格は $CS_1(c)$ から $CS_1(p_c)$ に下落する。消費者の θ が全員共通の場合、まとめ売りもバラ売りも同じ結果になる。複数種類の消費者がいる場合、まとめ売りが余剰に与える効果は明確に判断できない。

まとめ売りを認めた方が消費者 θ_1 に対して販売される可能性が広がる。まず、独占企業が消費者 θ_2 だけを相手にするときについて比較する。この場合、まとめ売りとばら売りで利潤は同じである。次に、消費者 θ_1 も相手にするときについて比較する。ばら売りの場合、最適な本体価格は $CS_1(c)$ である。対して、まとめ売りの場合において、本体価格を $CS_1(c)$ の水準に設定して補完製品の価格を $p = c$ にすることは可能であるが、消費者 θ_1 も相手にすることを前提とした場合、この価格の組み合わせが選択されないことは、8.3.1 項の「二部料金」のところで確認済みである。このことは、まとめ売りの場合に得られる利潤の方が、ばら売りの場合に得られる利潤よりも大きいことを意味している。この利潤差の分だけ、まとめ売りを認めたときの方が、消費者 θ_1 にも製品が販売される可能性が広がることを意味している。

5.4 まとめ売り

日常、ある製品と別の製品がまとめて売られていることがある。このような、販売方法を「まとめ売り (Bundling)」というが、この販売方法の意味を、簡単な分析枠組みを用いて説明する[9]。

5.4.1 まとめ売りの競争緩和効果

まずは、簡素な需要構造を持った市場における、まとめ売りの効果について考察する。

[9]本節の議論は、Carbajo, de Meza, and Seidmann (1990) に若干の修正を加えたものである。

市場に企業が 2 社（A と B）存在し、2 財（a と b）を供給している。企業 A は a と b の両方を販売し、企業 B は b のみを販売している。各財の限界費用は $c_j \in [0,1)$ $(j=a,b)$ で一定であり、各企業とも同じである。各財の間に何も関連が無く、独立して消費される（代替でも補完でもない独立の財）。

各消費者の各財に対する消費量は 0 か 1 である。消費者 i の、財 a に対する支払い意思額と財 b に対するそれは同じ u_i とする。これは、各財に対する評価付けに相関があることを表現しているだけで、各財は独立であり、財 a を購入していることで財 b の支払い意思額は影響を受けることはない。u_i は $[0,1]$ 上の一様分布に従っているとする。

価格競争の場合

この設定の下、各企業は同質財の価格競争を行う。各企業が同時に価格を提示する単純な設定を考える。

ばら売り:　財 a の価格が p_a の時、$u_i \geq p_a$ を満たす消費者 i が財を購入する。u_i は $[0,1]$ 上の一様分布に従っているので、需要量は $1-p_a$ である。この需要関数の下、企業 A は財 a に対する独占価格 $p_a^A=(1+c_a)/2$ を設定する。対して、財 b は企業 A と企業 B による価格競争の結果として $p_b^A=p_b^B=c_b$ が設定される。各企業の利潤は、

$$\pi_A = \frac{(1-c_a)^2}{4} + 0, \quad \pi_B = 0.$$

まとめ売り:　企業 A は財 a と財 b をまとめて販売するが、各財を個別には販売しないとする。このまとめられた財の価格を p^S とする。p^B を企業 B が設定する価格とする。

この状況の下、消費者には 3 つの選択がある: (i) 企業 A から財 a と b をまとめて買う、(ii) 企業 B から財 b を買う、(iii) 何も買わない。各選択肢から得られる消費者 i の効用水準は、それぞれ (i) $2u_i - p^S$、(ii) $u_i - p^B$、(iii) 0 である。

このまとめ売りによって、企業 A が高品質の財を売る状況（財が垂直差別化された状況）に変化している。企業 B が財 b を販売できるための条件は、(i) と (ii) が無差別になる消費者 i の効用水準が正になることである。それは、$2u_i - p^S = u_i - p^B$ を満たす消費者 i の効用水準が正になることだが、この u_i を計算すると $u_i = p^S - p^B$ となり、この消費者が p^S と p^B の下で得ている効用水準は $p^S - 2p^B$ である。よって、企業 B が財 b を販売できるための条件は、$p^S > 2p_B$ となる。

この条件を踏まえて各企業に対する需要量 D^i $(i = A, B)$ を導出すると、

$$D^A = \begin{cases} 1 - (p^S - p^B), & p^S > 2p^B \text{ の時}, \\ 1 - p^S/2, & p^S \leq 2p^B \text{ の時}, \end{cases} \tag{5.15}$$

$$D^B = \begin{cases} p^S - 2p^B, & p^S > 2p^B \text{ の時}, \\ 0, & p^S \leq 2p^B \text{ の時}. \end{cases} \tag{5.16}$$

利潤関数を導出すると

$$\pi^A = \begin{cases} (p^S - c_a - c_b)(1 - (p^S - p^B)), & p^S > 2p^B \text{ の時}, \\ (p^S - c_a - c_b)(1 - p^S/2), & p^S \leq 2p^B \text{ の時}, \end{cases}$$

$$\pi^B = \begin{cases} (p^B - c_b)(p^S - 2p^B), & p^S > 2p^B \text{ の時}, \\ 0, & p^S \leq 2p^B \text{ の時}. \end{cases}$$

各企業の利潤関数を各企業が設定する価格で偏微分すると、

$$\frac{\partial \pi^A}{\partial p^S} = \begin{cases} 1 + c_a + c_b - 2p^S + p^B, & p^S > 2p^B \text{ の時}, \\ 1 + (c_a + c_b)/2 - p^S, & p^S \leq 2p^B \text{ の時}, \end{cases} \tag{5.17}$$

$$\frac{\partial \pi^B}{\partial p^B} = \begin{cases} p^S - 4p^B + 2c_b, & p^S > 2p^B \text{ の時}, \\ 0, & p^S \leq 2p^B \text{ の時}. \end{cases} \tag{5.18}$$

各偏微分の値がゼロになる p^S と p^B の組を図示したものが、図 8-3 の左側における 3 本の実線である。X で示した線は $\partial\pi^A/\partial p^S$ の上段がゼロになる条件 $1 + c_a + c_b - 2p^S + p^B = 0$ から、Y で示した線は $\partial\pi^A/\partial p^S$ の下段がゼロになる条件 $1 + (c_a + c_b)/2 - p^S = 0$ から、Z で示した線は $\partial\pi^B/\partial p^B$ の上段がゼロになる条件 $p^S - 4p^B + 2c_b = 0$ から導出している。

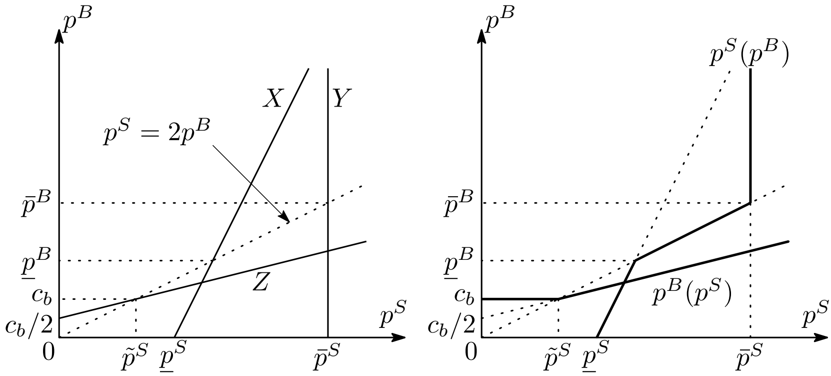


図 8-3: 最適反応の導出方法

なお、図 8-3 では、均衡において両企業が生産する状況（限界費用が大きくない状況）を描いているが、仮定した限界費用の範囲では、必ず $\underline{p}^B < \bar{p}^B$ と $\underline{p}^S < \bar{p}^S$ が成立している。

これらの結果を用いて、各企業の最適反応を求めたものが図 8-3 の右側における太線である。

企業 A の反応関数は $p^B = \underline{p}^B$ と $p^B = \bar{p}^B$ で折れ曲がっていて、p^B が区間 $[\underline{p}^B, \bar{p}^B]$ に入る時は企業 A の反応関数は $p^S = 2p^B$ 上になる。企業 A の反応関数が $p^S = 2p^B$ の上にある可能性を考察するため、p^B が区間 $[\underline{p}^B, \bar{p}^B]$ に入ることを前提に、$p^S > 2p^B$ の場合と $p^S \leq 2p^B$ の場合について別々に考える。$p^S > 2p^B$ の場合、X を (5.17) 式の $\partial\pi^A/\partial p^S = 0$ 上段から求めたことを踏まえると、$p^S > 2p^B$ を満たす p^S に対して、$\partial\pi^A/\partial p^S < 0$ が成立する。これは、$p^S > 2p^B$ の範囲では、企業 A は p^S を下げることで利潤が上昇することを意味している。次に、$p^S \leq 2p^B$ の場合、Y を (5.17) 式の $\partial\pi^A/\partial p^S = 0$ 下段から求めたことを踏まえると、$p^S \leq 2p^B$ を満たす p^S に対して、$\partial\pi^A/\partial p^S > 0$ が成立する。これは、$p^S \leq 2p^B$ の範囲では、企業 A は p^S を上げることで利潤が上昇することを意味している。これら $p^S > 2p^B$ の場合と $p^S \leq 2p^B$ の場合における (5.17) 式の $\partial\pi^A/\partial p^S$ から、p^B が区間 $[\underline{p}^B, \bar{p}^B]$ に入る場合、$p^S \leq 2p^B$ の範囲では p^S の増加により企業 A の利潤は増加して、$p^S > 2p^B$ の範囲では p^S の増加により企業 A の利潤は減少することが分かる。よって、$p^S = 2p^B$ が企業 A の最適反応になる。

企業 B の反応関数は、$p^B = c_b$ で折れ曲がっている。これは、企業 A の価格が $\tilde{p}^S = 2c_b$ を下回っている場合、企業 B は自身の限界費用である c_b を価格として設定して供給しないのが最適反応になるからである[10]。

企業 B の最適反応が企業 A の最適反応と交わる点が直線 $p^S > 2p^B$ を満たしていれば、各企業の供給量は正となる。両企業の供給量が正になるのは $c_b < (1+c_a)/2$ の時であり、その時の価格と利潤は以下の通りである[11]。

$$
\begin{aligned}
p^S &= \frac{2(2+2c_a+3c_b)}{7},\ p^B = \frac{1+c_a+5c_b}{7},\\
\pi^A &= \frac{(4-3c_a-c_b)^2}{49},\quad \pi^B = \frac{2(1+c_a-2c_b)^2}{49}.
\end{aligned}
$$

この $c_b < (1+c_a)/2$ の範囲において、まとめ売りによって両企業の利潤が増加していることが確認できる。

数量競争の場合

先ほどの設定を踏襲して、今度は各企業が数量競争を行う状況に変更する。各企業が同時に数量を設定する単純な設定を考える。以下では、この変更によって、結果の特性が変わることを示す。

ばら売り: 企業による各財に対する供給量と需要量を一致させるように価格が決まるので、財 a に対する供給量を q^A とすると、価格 p_a における財の需要量 $1-p_a$ と q^A が一致する。同様に、財 b に対する企業 A の供給量が q_b^A であり企業 B の供給量が q_b^B である場合、この合計 $q_b^A + q_b^B$ と価格 p_b における財の需要量 $1-p_b$ が一致する。これらのことを踏まえて、逆需要関数を導出すると以下の式が得られる。

$$
p_a = 1 - q^A,\quad p_b = 1 - q_b^A - q_b^B.
$$

[10] 実際は、企業 B の需要量がゼロになるような価格 p^B はすべて最適反応になるが、ここでは、その中から $p^B = c_b$ を選んで図示している。

[11] Carbajo et al. (1990) では、$c_b \geq (1+c_a)/2$ では均衡が無いと述べているが、この場合は企業 A の独占になり、企業 B の価格 $p^B = c_b$ は企業 A が価格付けする際の制約として機能する。

各企業の利潤関数は、

$$\pi^A = (p_a - c_a)q^A + (p_b - c_b)q_b^A, \quad \pi^B = (p_b - c_b)q_b^B.$$

利潤最大化の一階条件から各企業の均衡生産量と利潤を導出すると

$$q^A = \frac{1 - c_a}{2}, \quad q_b^A = q_b^B = \frac{1 - c_b}{3},$$
$$\pi^A = \frac{(1 - c_a)^2}{4} + \frac{(1 - c_b)^2}{9}, \quad \pi^B = \frac{(1 - c_b)^2}{9}.$$

まとめ売り:　両企業が供給できる状況にあることを前提として議論する。すなわち、(5.15) 式と (5.16) 式における $p^S > 2p^B$ の場合を前提として議論する。価格競争の時に導出した (5.15) 式と (5.16) 式における D^A と D^B から、各財に対する逆需要関数を導出する。これらの式を p^S と p^B について解くと

$$p^S = 2 - 2D^A - D^B, \quad p^B = 1 - D^A - D^B.$$

各企業の利潤関数は、

$$\pi^A = (p^S - c_a - c_b)D^A, \quad \pi^B = (p^B - c_b)D^B.$$

ここでは、企業 i は D^i を同時に設定する。利潤最大化の一階条件から、各企業の均衡生産量と利潤を導出すると

$$D^A = \frac{3 - 2c_a - c_b}{7}, \quad D^B = \frac{2 + c_a - 3c_b}{7},$$
$$\pi^A = \frac{2(3 - 2c_a - c_b)^2}{49}, \quad \pi^B = \frac{(2 + c_a - 3c_b)^2}{49}.$$

この場合とばら売りの場合における企業 A の利潤差を取ると、$(2 + c_a)/3 > c_b > (3c_a - 1)/2$ の時にまとめ売りで企業 A の利潤が増える（注: 左側の不等式は企業 B の生産量が正になる条件である）。対して、まとめ売りによって企業 B の利潤が増加する条件は $c_b < (3c_a - 1)/2$ であり、これは、まとめ売りによって企業 A の利潤が増加する場合には企業 B の利潤は増加しないことを意味している。数量競争の場合、戦略変数は戦略代替になっている。よって、財 a の生産費用 c_a が相対的に低い場合、企業 A が財 a と b を束にすることで、こ

の束になった製品を企業 A は沢山生産することを企業 B が予想して、企業 B は財 b の生産を抑制する。この戦略代替の効果を効かせられる場合には、企業 A はまとめ売りによって競争優位を確保できる。

5.5　完全価格差別

入門の教科書に書かれているように、独占企業が各消費者を完全に識別し、それぞれに対して異なる価格を設定できる場合、消費者の支払意思額が限界費用を上回っている限りは財を供給することになる。全ての余剰は独占企業が得ることになるが、総余剰は最大になっている。まずは、この結果を確認する。その後で、情報技術の向上によって個々を識別することが可能になったため、このような価格差別が可能な状況を寡占の状況で分析した研究が増えているため、その中から扱いやすい簡単な分析枠組みついても説明する。

本節で扱うホテリングモデルにおける完全価格差別は、Thisse and Vives (1988) によって提案されて以降、情報技術の進展とともに応用理論の論文で頻繁に使われるようになっており、最近でも、Choe et al. (2018) が同じ枠組みを用いた 2 期間の理論モデルを分析している。

5.5.1　完全価格差別の効果

ホテリングモデルを扱った 6 章で説明した支払い意思額が大きくない場合を再考する。消費者の移動費用は距離に比例し、$t \times l$ (l は距離) と仮定する。なお、t は正の定数である。$x \in [0,1]$ にいる消費者の効用水準は、以下のように表現される。

$$V(x,p_i) = \begin{cases} s - p_1 - tx, & \text{企業 1 から購入}, \\ s - p_2 - t(1-x), & \text{企業 2 から購入}, \\ 0, & \text{買わない}. \end{cases} \tag{5.19}$$

本項は、完全価格差別の効果を確認するために企業 1 だけ存在する場合を確認する。次項で両企業が競争する場合を確認する。6 章で導出した結果と対比

させるため、ここでは $s \in [t, 2t]$ とする。また、表現の簡便化のため限界費用はゼロとする。ここでは各地点ごとに異なる価格を設定できるので価格は地点 x の関数 $p_1(x)$ として表現される。この設定では、地点 x の消費者が購入した時に生じる純余剰がゼロ以上であれば、この消費者は財を購入する。この消費者に販売できる条件は、以下の不等式で表される。

$$s - p_1(x) - tx \geq 0 \quad \rightarrow \quad p_1(x) \leq s - tx.$$

$s \in [t, 2t]$ であることを考慮すると、最も条件が厳しい $x = 1$ の消費者に対しても $p(1) = s - t$ を設定することで財を販売できる。よって、各消費者 x に対して、財を購入する条件を満たす範囲で最も高い価格 $p_1(x) = s - tx$ を設定して販売できる。この価格の下、独占企業が得る利潤は図 8-4 における斜線部分であり、これは社会全体で生み出せる最大の余剰と一致している。

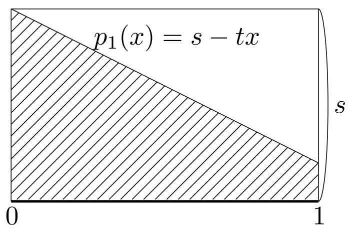


図 **8-4:** 独占における完全価格差別

この価格付けの結果得られる利潤は $s - t/2$ である。

この結果を価格差別できない場合と比較するため、既に求めている結果（価格、供給量、利潤）を再掲する。なお、添え字 M は独占における均衡を表している。

$$p_1^M = s/2, \quad D_1(p_1^M) = s/2t, \quad \pi_1(p_1^M) = s^2/4t. \tag{5.20}$$

$s \in [t, 2t]$ と仮定しているので、$D_1(p_1^M) \in [1/2, 1]$ となっている。

価格差別により、地点 $x \leq s/(2t)$ にいる消費者が直面する価格は上昇し、その他の消費者が直面する価格は低下する。また、総供給量と独占企業の利潤は増加している。

5.5.2 完全価格差別の競争への効果

独占の場合、各地点で異なる価格を設定することで余剰の全てを獲得できた。以下では複占の場合に何が起こるか確認する。ここでは限界費用の違いを考慮した形で議論する。各企業の限界費用を c_i $(i = 1, 2)$ とする。但し、両企業の需要量が正になることを保証するため $|c_1 - c_2| < t$ とする。先ほどは s の値に上限を設けていたが、ここでは s は十分に大きいものとする。

完全価格差別の場合、地点ごとに異なる価格を設定することになるので、地点 x ごとに価格競争を行う。各地点で費用の面で優位性のある企業が競争に勝って供給することになる。地点 x の消費者は支払う費用（価格と移動費用の合計）が低い方から財を買う。企業 i が地点 x に対して設定できる最も低い価格は自身の限界費用 c_i である。よって、各企業が各地点の消費者に対して提供できる最も低い費用は図 8-5 で表される。縦軸の高さは消費者が支払う費用を表している。地点 0 を通る縦軸から出ている右上がりの線は、仮に企業 1 が価格を c_1 に設定している場合に、企業 1 から購入した時に消費者が支払う費用であり、地点 1 を通る縦軸から出ている右下がりの線は、仮に企業 2 が価格を c_2 に設定している場合に、企業 2 から購入した時に消費者が支払う費用である。

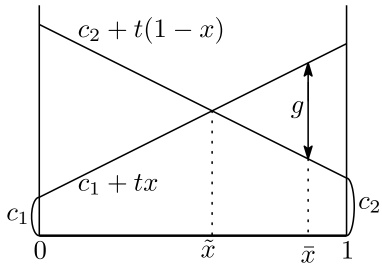


図 8-5: 複占における完全価格差別

図 8-5 において、各地点において相手よりも低い費用を提供できる企業が供給するが、その結果として、地点 $\tilde{x}$ よりも小さい x にいる消費者は企業 1 から財を購入し、その他の消費者は企業 2 から財を購入する。実際に、各地点における価格競争に勝つ企業が設定する価格は、相手が提示可能なもっとも低い費用水準（相手の限界費用と消費者が相手から購入した時に被る移動費用の合計）よりも

僅かだけ低い費用水準を実現する価格である。例えば、地点 $\bar{x}$ の消費者を巡る価格競争では、企業 1 は $p_1 = c_1$ を提示し、企業 2 は $p_2 = c_1 + t\bar{x} - t(1-\bar{x}) - \varepsilon$ を提示することで、地点 $\bar{x}$ の消費者を獲得できる。企業 2 が提示する価格 p_2 は、企業 1 が消費者 $\bar{x}$ に対して設定可能なもっとも低い費用水準 $c_1 + t\bar{x}$ から、企業 2 から購入する時に生じる消費者の移動費用 $t(1-\bar{x})$ だけ差し引いて、そこから更に僅かだけ（ε だけ）価格を下げたものである。これによって、この消費者にとって、企業 2 から財を購入する方が得する状況になっている。その時に得られる企業 2 の利潤は図 8-5 の g で表される。

企業 1 と企業 2 が無差別になる消費者 $\tilde{x}$ の地点は、

$$c_1 + t\tilde{x} = c_2 + t(1-\tilde{x}) \quad \rightarrow \quad \tilde{x} = \frac{t + c_2 - c_1}{2t}.$$

これらのことを踏まえて、各企業が設定する価格を式で表すと以下の通りである（注: ここでは ε は省略している）。

$$\begin{aligned} p_1(x) &= \begin{cases} c_2 + t(1-x) - tx & x \leq \tilde{x} \text{ の場合}, \\ c_1, & x > \tilde{x} \text{ の場合}, \end{cases} \\ p_2(x) &= \begin{cases} c_2 & x \leq \tilde{x} \text{ の場合}, \\ c_1 + tx - t(1-x), & x > \tilde{x} \text{ の場合}. \end{cases} \end{aligned}$$

各企業の利潤は各地点で得られる利潤の合計なので、以下の積分を計算することで導出される。

$$\pi_1^* = \int_0^{\tilde{x}} (p_1(x) - c_1)dx = \frac{(t + c_2 - c_1)^2}{4t}, \tag{5.21}$$

$$\pi_2^* = \int_{\tilde{x}}^{1} (p_2(x) - c_2)dx = \frac{(t + c_1 - c_2)^2}{4t}. \tag{5.22}$$

価格差別できないときの結果と比較する。6 章で示した通り、価格差別できないときの価格と利潤は、

$$p_1 = t + \frac{c_j + 2c_i}{3}, \quad \pi_i = \frac{1}{2t}\left(t + \frac{c_j - c_i}{3}\right)^2.$$

限界費用の格差が無い場合（$c_1 = c_2$）、価格差別できることで価格競争が促進され利潤が低下する。価格差別できない場合には、価格 p_i の引き下げは全消

費者への値下げになるため、各企業は価格を引き下げにくい。対して、価格差別できる場合には、収益の高い消費者（企業 1 であれば x の小さい消費者であり、企業 2 であれば x の大きい消費者）に対する価格を変更することなく、需要を取りたい消費者に対してだけ価格を引き下げられるので、価格競争が促進されやすい。このことを理解するために、各状況における価格を比較する。比較を簡単にするため、各企業の費用は同一（$c_1 = c_2$）と仮定する。この時、価格差別できるときに設定される価格で最も高いのは地点 $x = 0$ と $x = 1$ の消費者で、その水準は $p_1(0) = p_2(1) = c_1 + t$ であり、これは価格差別できない時の価格 $p_1 = c_1 + t$ と同じである。

費用格差がある場合には結果の特性は少し変化する。価格差別によって企業 1 の利潤が増える条件は、

$$\frac{(t + c_2 - c_1)^2}{4t} > \frac{1}{2t}\left(t + \frac{c_2 - c_1}{3}\right)^2 \quad \rightarrow \quad c_2 - c_1 > \frac{3(\sqrt{2} - 1)t}{3 - \sqrt{2}}.$$

費用の優位性が十分にある場合には、価格差別により利潤が増加することを確認できる。これは収益の高い地点（x の小さい地点）における収益性が費用格差分だけ高くなるので、価格差別により価格を高く設定しやすくなる利点が、均一価格における価格競争緩和効果を上回るためである。

第6章　製品差別化

前章では、製品差別化を表現するためのモデルとしてホテリングによって提唱された理論モデルを中心に説明した。本章では、このホテリングのモデルとは異なる表現方法を提示する。主に、製品が水平差別化された状況を扱うモデルを示す。1 節から 3 節では、それぞれ線形需要関数、CES 型効用関数、ロジットモデル (logit model) を用いた製品差別化モデルを扱う。4 節では垂直差別化モデルについて扱う。前章のモデルとは異なり、本章で扱うモデルでは、各企業が提供する財の差別化の程度は外生である。

6.1　線形需要関数

ホテリングモデルでは各地点に消費者が存在し、その消費者は財を 1 単位購入するか否か判断していた。価格に応じて需要量を柔軟に変更しないという意味で、需要が非弾力であった。ここでは、価格に応じて需要が柔軟に変化する状況を扱うための基本モデルを説明する。その中でも簡便に扱える線形需要関数について説明する [1]。

6.1.1　線形需要の基本形

複占市場に以下の効用関数を持つ代表的消費者が存在する (Dixit, 1979)。

$$U(q) = \alpha_1 q_1 + \alpha_2 q_2 - \frac{\beta_1 q_1^2 + 2\gamma q_1 q_2 + \beta_2 q_2^2}{2} + m,$$

q_i は財 i の消費量 $(i = 1, 2)$、α_i と β_i は q_i と q_i^2 にかかる正の係数、γ は定数、m は基準財 (numéraire) とする。但し、$\beta_1\beta_2 - \gamma^2 > 0$($U$ の強凹性を保証するために) かつ $\alpha_i\beta_j - \alpha_j\gamma > 0(i, j = 1, 2,\ j \neq i)$ とする。

[1] 一般の需要関数については Vives (1999) が詳しい。

財の特性は γ の値によって区別される。$\gamma > 0$ であれば代替財、$\gamma = 0$ であれば独立の財、$\gamma < 0$ であれば補完財となる。なお、$\alpha_1 = \alpha_2$ かつ $\beta_1 = \beta_2 = \gamma$ の場合、財は完全代替財となる [2]。

この設定を用いて、各企業が直面する逆需要関数を導出する。これは代表的消費者の効用最大化問題から導出する。代表的消費者は、財の価格 p_i $(i = 1, 2)$ が与えられた下で、以下の問題を解く。

$$\max_{q_1, q_2} \; U(q) \quad s.t. \;\; p_1 q_1 + p_2 q_2 + m \leq I,$$

I は所得で十分に大きいものとする。この効用最大化問題から、各企業の逆需要関数は以下の形で与えられる。

$$p_1 \;=\; \alpha_1 - \beta_1 q_1 - \gamma q_2, \tag{6.1}$$

$$p_2 \;=\; \alpha_2 - \beta_2 q_2 - \gamma q_1. \tag{6.2}$$

この 2 本の逆需要関数を q_1 と q_2 について解くことで需要関数を導出できる。

$$q_1 \;=\; a_1 - b_1 p_1 + c p_2, \tag{6.3}$$

$$q_2 \;=\; a_2 - b_2 p_2 + c p_1, \tag{6.4}$$

なお、$a_1 = (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)/\Delta$、$a_2 = (\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\gamma)/\Delta$、$b_1 = \beta_2/\Delta, b_2 = \beta_1/\Delta$、$c = \gamma/\Delta$、$\Delta = \beta_1\beta_2 - \gamma^2$ である。

ここで導出した逆需要関数と需要関数を用いることで、企業が生産量を通じた競争をする場合（数量競争）と価格を通じた競争をする場合（価格競争）を表現する。

計算例

各企業の限界費用をゼロと仮定し、各企業が数量競争する状況を分析する。ここでは、各財は代替財 $(\gamma \in (0, 1])$ とする。各企業の利潤関数は以下の式で

[2] この場合、先ほど課した $\beta_1\beta_2 - \gamma^2 > 0$ を満たさないが、4 章のクールノーモデルで扱った線形需要関数が導出されるので、分析上の問題は生じない。

表わされる。

$$\pi_1 = (\alpha_1 - \beta_1 q_1 - \gamma q_2)q_1, \tag{6.5}$$

$$\pi_2 = (\alpha_2 - \beta_2 q_2 - \gamma q_1)q_2. \tag{6.6}$$

利潤最大化の一階条件と利潤関数の交差微分を導出すると

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = \alpha_1 - 2\beta_1 q_1 - \gamma q_2 = 0, \quad \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial q_1 \partial q_2} = -\gamma < 0, \tag{6.7}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = \alpha_2 - 2\beta_2 q_2 - \gamma q_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 \pi_2}{\partial q_1 \partial q_2} = -\gamma < 0. \tag{6.8}$$

交差微分の値から、クールノーモデルと同じように戦略代替になっていることが確認できる。各企業の一階条件から生産量と価格を導出すると、

$$q_1^* = \frac{2\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma}{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2}, \quad q_2^* = \frac{2\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\gamma}{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2},$$

$$p_1^* = \frac{\beta_1(2\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)}{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2}, \quad p_2^* = \frac{\beta_2(2\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\gamma)}{4\beta_1\beta_2 - \gamma^2}.$$

ここで得られた結果の比較静学をする。財 1 の供給量と価格変化の関係に影響を与える外生変数 β_1 と製品差別化の程度を表す外生変数 γ が、どのような影響を与えるか確認する。そのために、これら外生変数で均衡生産量と均衡価格を偏微分することで影響を確認する。偏微分した結果は以下の通りである。

$$\frac{\partial q_1^*}{\partial \beta_1} = -\frac{4\beta_2(2\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)}{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} < 0, \quad \frac{\partial p_1^*}{\partial \beta_1} = -\frac{\gamma^2(2\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)}{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} < 0,$$

$$\frac{\partial q_2^*}{\partial \beta_1} = \frac{2\gamma(2\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)}{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} > 0, \quad \frac{\partial p_2^*}{\partial \beta_1} = \frac{2\beta_2\gamma(2\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma)}{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial q_1^*}{\partial \gamma} = -\frac{4\beta_1(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\gamma) + a_1\gamma^2}{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} < 0, \quad \frac{\partial p_1^*}{\partial \gamma} = \beta_1\frac{\partial q_1^*}{\partial \gamma} < 0,$$

$$\frac{\partial q_2^*}{\partial \gamma} = -\frac{4\beta_1(\alpha_2\beta_1 - \alpha_1\gamma) + a_2\gamma^2}{(4\beta_1\beta_2 - \gamma^2)^2} < 0, \quad \frac{\partial p_2^*}{\partial \gamma} = \beta_2\frac{\partial q_2^*}{\partial \gamma} < 0.$$

この結果を検討する際に注意点がある。(6.1) 式の逆需要関数 p_1 を確認すれば直ちに分かるが、q_1 と q_2 をある値に固定させていたとしても、β_1 の増加によって価格 p_1 は下落する。この β_1 の増加による市場縮小効果を考慮して、企

業 1 は β_1 が増加すると生産量 q_1 を減少させるが、価格 p_1 が上昇するほどには q_1 を減少させない。対して、企業 2 は、この生産量の減少を読み込むことになる。生産量は戦略代替なので、企業 2 は生産量 q_2 を増加させるが、価格 p_2 が下落するほどには増加させない。また、先ほど確認した β_1 の効果と同様に、(6.1) 式と (6.2) 式から、γ の増加は両企業にとって市場縮小効果があることは直ちに分かる。この効果によって、両企業ともに生産を抑制するが、価格が上昇するほどにには抑制しない。

6.1.2　水平差別化と企業格差

前項で確認した線形需要関数の数量競争モデルを、Zanchettin (2006) に従い若干の変更を加える。企業 1 の限界費用をゼロ、企業 2 の限界費用を $c_2(<\alpha/2)$ と仮定する。この下で各企業が数量競争をする。外生変数についても分析を簡単にするために、$\alpha_1=\alpha_2=\alpha$、$\beta_1=\beta_2=1$ とする。各企業の利潤関数は以下の式で表わされる。

$$\pi_1 = (\alpha - q_1 - \gamma q_2)q_1, \tag{6.9}$$

$$\pi_2 = (\alpha - q_2 - \gamma q_1 - c_2)q_2. \tag{6.10}$$

利潤最大化の一階条件を導出すると

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = \alpha - 2q_1 - \gamma q_2 = 0, \tag{6.11}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = \alpha - 2q_2 - \gamma q_1 - c_2 = 0. \tag{6.12}$$

一階条件から生産量、価格、利潤を導出すると、

$$q_1 = \frac{(2-\gamma)\alpha + \gamma c_2}{4-\gamma^2}, \quad q_2 = \frac{(2-\gamma)\alpha - 2c_2}{4-\gamma^2},$$

$$p_1 = \frac{(2-\gamma)\alpha + \gamma c_2}{4-\gamma^2}, \quad p_2 = \frac{(2-\gamma)\alpha + (2-\gamma^2)c_2}{4-\gamma^2},$$

$$\pi_1 = \frac{((2-\gamma)\alpha + \gamma c_2)^2}{(4-\gamma^2)^2}, \quad \pi_2 = \frac{((2-\gamma)\alpha - 2c_2)^2}{(4-\gamma^2)^2}.$$

ここで、前項と同様に比較静学をする。ここでは π_i を γ で偏微分した結果だけ示す。

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1}{\partial \gamma} &= -\frac{2((2-\gamma)\alpha+\gamma c_2)(4(\alpha-c_2)-4\alpha\gamma+(\alpha-c_2)\gamma^2)}{(4-\gamma^2)^3}, \\
&\qquad \frac{\partial \pi_1}{\partial \gamma} > 0, \quad \gamma > \frac{2(\alpha-\sqrt{c_2(2\alpha-c_2)})}{\alpha-c_2} \text{ かつ } c_2 > \frac{\alpha}{5} \text{ の時}, \\
&\qquad \frac{\partial \pi_1}{\partial \gamma} < 0, \quad \gamma < \frac{2(\alpha-\sqrt{c_2(2\alpha-c_2)})}{\alpha-c_2} \text{ もしくは } c_2 < \frac{\alpha}{5} \text{ の時}, \\
\frac{\partial \pi_2}{\partial \gamma} &= -\frac{2((2-\gamma)\alpha-2c_2)((2-\gamma)^2\alpha+4\gamma c_2)}{(4-\gamma^2)^3} < 0.
\end{aligned}
$$

各企業の限界費用が同一の場合、γ の増加は市場縮小効果だけだったが、限界費用の格差を導入することで、この効果に加えて生産代替効果が生じる。これは、効率性の悪い企業から効率性の良い企業への生産代替であり、財の代替性が高くなることで効率的な企業の利潤が上昇する可能性がある。

6.1.3 基本設定の拡張 (1)

7.1.1 項の設定における財の数を増加させる。企業が n 社存在し、各企業の生産する財が差別化されている場合、代表的消費者の効用関数と逆需要関数は以下のように与えられる。

$$
U(q) = \alpha \sum_{i=1}^{n} q_i - \frac{1}{2}\left(\beta \sum_{i=1}^{n} q_i^2 + 2\gamma \sum_{j \neq i} q_i q_j\right) + m,
$$

但し、先ほどと異なり α_i と β_i は全て共通にして、$\beta > \gamma > 0$ と $\alpha > 0$ が成り立つものとする。この効用関数の下、先ほどと同様に効用最大化問題を解いて企業 i が直面する逆需要関数を導出すると以下の式を得る。

$$
P_i(q) = \alpha - \beta q_i - \gamma \sum_{j \neq i} q_j.
$$

補足説明　本節で扱ってきた需要体系には、いくつかの特性がある。各企業に対する需要を合成させたときに、その需要量が差別化の程度に依存することと、対称均衡における需要量を合計したものが企業数の増加とともに増加することである。この点を気にする場合、Shubik and Levitan (1980) で用いられている需要体系を用いることは 1 つの対処法として考えられる。彼らは代表的個人の効用関数として以下のものを採用している。

$$U(q) = \sum_{i=q}^{n} q_i - \frac{N}{2(1+\mu)}\left[\sum_{i=1}^{n} q_i^2 + \frac{\mu}{N}\left(\sum_{i=1}^{n} q_i\right)^2\right] + m.$$

この代表的個人の効用関数から需要関数と逆需要関数を導出すると

$$\begin{aligned} p_i &= 1 - \frac{Nq_i + \mu \sum_{j=1}^{N} q_j}{1+\mu}, \\ q_i &= \frac{1}{N}\left(1 - p_i - \mu\left(p_i - \frac{\sum_{j=1}^{N} p_j}{N}\right)\right). \end{aligned}$$

6.1.4　基本設定の拡張 (2)

前項の設定に若干の修正を施し、各企業の製品に品質の差が存在する状況を表現できるようにする。そのために、以下の効用関数を持つ代表的消費者を考える (Sutton (Appendix 2.2), 1998; Symeonidis, 2002)。

$$U(q) = \sum_{i=1}^{n}\left(q_i - \frac{q_i^2}{u_i^2}\right) - 2\sigma \sum_{i=1}^{n}\sum_{j<i} \frac{q_i}{u_i}\frac{q_j}{u_j} + m.$$

この効用関数の下、先ほどと同様に効用最大化問題を解いて企業 i が直面する逆需要関数を導出すると以下の式を得る。

$$P_i(q) = 1 - \frac{2q_i}{u_i^2} - \frac{2\sigma}{u_i}\sum_{j\neq i}\frac{q_j}{u_j}.$$

この式における u_i は財 i の品質を表し、σ は財の同質性を表している。u_i が大きいほど品質が高く、σ が大きいほど財の同質性は高まる。

6.2 CES 型効用関数

製品の多様性を表現する際、以下で示すような CES 型 (Constant Elasticity of Substitution) の効用関数を使うことがある。

$$U\left(\left\{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho}\right\}^{\frac{1}{\rho}}, x_0\right) = \left\{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho}\right\}^{\frac{1}{\rho}} x_0^{\alpha}, \tag{6.13}$$

x_i を製品 i の消費量,、x_0 を基準財、α と ρ を正の定数とし、ρ は $0 \leq \rho \leq 1$ の範囲にあるとする。ρ が大きくなるほど、各財の代替性は高くなる。この効用関数は、以下のように対数変換しても順序関係が変化しないので同じ意味である。

$$U\left(\left\{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho}\right\}^{\frac{1}{\rho}}, x_0\right) = \frac{1}{\rho}\ln\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\rho}\right) + \alpha \ln x_0. \tag{6.14}$$

予算制約 $I = x_0 + \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$ を考慮して、消費者の効用最大化問題を解くことで、以下の需要関数を得る。

$$x_i(p_1, \ldots, p_n) = \frac{I}{1+\alpha} \cdot \frac{p_i^{1/(\rho-1)}}{\sum_{j=1}^{n} p_j^{\rho/(\rho-1)}}, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{6.15}$$

この需要関数の下、各企業の限界費用が c で共通の場合、利潤関数は $\pi_i = (p_i - c)x_i$ となり、この下で価格競争を行うと、以下の均衡価格が得られる。

$$p^* = c\left(1 + \frac{n(1-\rho)}{(n-1)\rho}\right). \tag{6.16}$$

6.3 ロジットモデル

消費者が複数の製品から 1 つを選択する状況（離散選択の状況）を記述する際に使うロジットモデル (logit model) も、水平差別化された製品が供給された市場を表現するときに用いられる。理論分析でも用いられるが、実証分析を行う際の基礎となる理論枠組みとして頻繁に用いられている。

まず、各消費者の効用関数を定義したのちに、需要関数を導出する。市場に n 種類の財が存在すると仮定する。また、市場全体に大きさ N の消費者群が存在すると仮定する。ある消費者が、財 i を購入したときの効用は以下の式で与えられるとする。

$$U_i = V_i + \mu\varepsilon_i = \underbrace{(a - p_i)}_{V_i} + \mu\varepsilon_i, \quad i = 0, 1, \ldots, n. \tag{6.17}$$

V_i は財 i を購入することから得られる効用水準を表しており、その内訳は、財そのものが生み出す効用水準 a から財 i の価格 p_i を差し引いたものとする。また、μ は正の定数で、差別化の度合いを表すものとする。ε_i は確率変数で、平均ゼロで分散 1 とする。ε_i は各 i の間で同一であり、それぞれ独立のガンベル (Gumbel) 分布に従っていると仮定する。この仮定をおくと、この消費者に財 i $(i = 1, \ldots, n)$ が選択される確率は、以下の関数型で与えられることが知られている (Anderson et al., 1992)。

$$\mathrm{Pr}_i(p_1, \ldots, p_n, V_0) = \frac{\exp[(a - p_i)/\mu]}{\sum_{j=1}^{n} \exp[(a - p_j)/\mu] + \exp[V_0/\mu]}. \tag{6.18}$$

ここの V_0 は、財 1 から n 以外の財（外部機会）から得られる効用水準とする。この外部機会が選択される確率は、

$$\mathrm{Pr}_0(p_1, \ldots, p_n, V_0) = 1 - \sum_{i=1}^{n} \mathrm{Pr}_i(p_1, \ldots, p_n, V_0).$$

市場全体に大きさ N の消費者群が存在する場合、$N\,\mathrm{Pr}_i$ が企業 i の期待需要量となる。

ここで、各企業が価格を同時決定する状況を考える。各企業の限界費用は c で一定とする。また、市場に参入するための固定費用を K とする。この場合、企業 i の期待利潤は以下の式で表される。

$$\pi_i = [p_i - c]N\,\mathrm{Pr}_i(p_1, \ldots, p_n, V_0) - K. \tag{6.19}$$

各企業は期待利潤関数を最大化するように価格を決定する。(6.19) の期待利潤を使って均衡価格を求めると、以下のようになる。

$$p^* = c + \frac{\mu}{1 - J}, \quad \text{但し、} J = \frac{1}{n + \exp[(V_0 - a + p^*)/\mu]}. \tag{6.20}$$

外部機会が無視できる場合、すなわち $V_0 \to -\infty$ となる場合、価格は以下の値に収束する。

$$p^* = c + \frac{\mu n}{n-1}. \tag{6.21}$$

既に確認した製品差別化のモデルと同様に、差別化の程度が高くなると価格が上昇する。また、参入企業数 n が増加すると価格が下落する。

6.4　垂直差別化

前章 6.3 節で示した垂直差別化モデルとは異なる方法で、品質が異なる製品（垂直差別化された製品）を提供する企業間の競争を記述する。

6.4.1　価格競争モデル

市場に品質の異なる財が 2 つ存在し、企業 k が価格 p_k で売っている $(k = 1, 2)$。各消費者の財 k に対する評価は異なり、その違いは θ で表現される。θ は区間 $[a, b]$ 上に一様分布しており、その密度は 1 とする。θ を持つ消費者が財 k を消費した時に得る効用水準は以下の式で表わされるとする。

$$V(\theta, k) = \theta s_k - p_k, \quad \text{但し、} s_0 < s_1 < s_2. \tag{6.22}$$

s_1 と s_2 は品質を表す正の定数であり、$s_0 = p_0 = 0$ とする。この不等式から、財 2 の方が財 1 よりも品質が高いことを仮定したことになる。θ_k を、価格 p_k で財 k を購入することと、価格 p_{k-1} で財 $k-1$ を購入することが無差別になる θ とする。(6.22) 式を用いた単純な効用水準の比較により、θ_1 と θ_2 が得られる。

$$\theta_1 = \frac{p_1}{s_1}, \quad \theta_2 = \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}. \tag{6.23}$$

以下の図 7-1 は、θ_k の決まり方の一例を表している。このグラフから、大きい θ を持つ消費者は財 2 を選択しやすく、小さい θ を持つ消費者は財 1 を選択しやすいことが分かる。

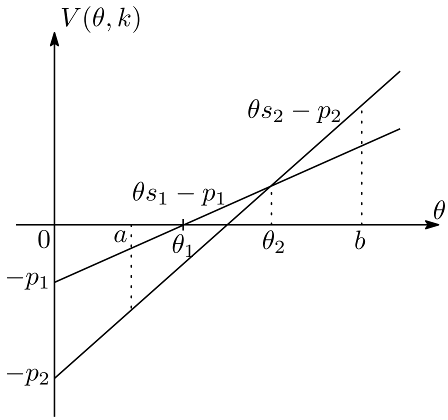


図 7-1: 無差別消費者 θ_k の決定

(6.23) 式を用いて各企業に対する需要を導出すると

$$D_1 = \begin{cases} 0 & \theta_2 \leq a \text{ の時}, \\ \theta_2 - a = \left(\dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} - a\right) & \theta_1 \leq a \leq \theta_2 \text{ の時}, \\ \theta_2 - \theta_1 = \left(\dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} - \dfrac{p_1}{q_1}\right) & a \leq \theta_1 \text{ かつ } a \leq \theta_2 \text{ の時}, \end{cases} \tag{6.24}$$

$$D_2 = \begin{cases} b - a & \theta_2 \leq a \text{ の時}, \\ b - \theta_2 = \left(b - \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}\right) & a \leq \theta_2 \text{ の時}. \end{cases} \tag{6.25}$$

この需要関数の下、均衡価格を導出することができる。ここでは各企業の生産費用はゼロとする。企業 1 と 2 の利潤 π_1 と π_2 は以下の式で表される。

$$\pi_1 = \begin{cases} 0 & \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \leq a \text{ の時}, \\ p_1\left(\dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} - a\right) & \dfrac{p_1}{s_1} \leq a \leq \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \text{ の時}, \\ p_1\left(\dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} - \dfrac{p_1}{q_1}\right) & a \leq \dfrac{p_1}{s_1} \text{ かつ } a \leq \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \text{ の時}, \end{cases}$$

$$\pi_2 = \begin{cases} p_2(b - a) & \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \leq a \text{ の時}, \\ p_2\left(b - \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}\right) & a \leq \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \text{ の時}. \end{cases}$$

各企業の利潤関数を各企業の価格で偏微分すると

$$
\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \begin{cases} 0 & \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \leq a \text{ の時,} \\ \left(\dfrac{p_2 - 2p_1}{s_2 - s_1} - a \right) & \dfrac{p_1}{s_1} \leq a \leq \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \text{ の時 (a),} \\ \left(\dfrac{p_2 - 2p_1}{s_2 - s_1} - \dfrac{2p_1}{s_1} \right) & a \leq \dfrac{p_1}{s_1} \text{ かつ } a \leq \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \text{ の時 (b),} \end{cases}
$$

$$
\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \begin{cases} b - a & \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \leq a \text{ の時 (c),} \\ \left(b - \dfrac{2p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \right) & a \leq \dfrac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \text{ の時 (d).} \end{cases}
$$

偏微分した式が満たすべき範囲を考慮して、各企業の最適反応を導出すると

$$
p_1(p_2) = \begin{cases} \dfrac{p_2 - (s_2 - s_1)a}{2}, & p_2 < (s_1 + s_2)a \text{ の時,} \\ s_1 a & (s_1 + s_2)a \leq p_2 \leq 2s_2 a \text{ の時,} \\ \dfrac{s_1 p_2}{2s_2} & 2s_2 a < p_2 \text{の時,} \end{cases}
$$

$$
p_2(p_1) = \begin{cases} (s_2 - s_1)a + p_1 & p_1 \geq (s_2 - s_1)(b - 2a) \text{ の時} \\ \dfrac{p_1 + (s_2 - s_1)b}{2} & p_1 < (s_2 - s_1)(b - 2a) \text{ の時} \end{cases}
$$

$p_1(p_2)$ の 2 段目にある式は、(a) と (b) の偏微分をゼロにする p_1 が、それぞれ $p_1/s_1 \leq a$ と $a \leq p_1/s_1$ を満たさず、(a) と (b) の各範囲における端点である $p_1 = s_1 a$ が π_1 を最大にするためである。$p_2(p_1)$ の 1 段目は、(d) の偏微分をゼロにする p_2 が、$a \leq (p_2 - p_1)/(s_2 - s_1)$ を満たさず、(d) の範囲における端点である $p_2 = (s_2 - s_1)a + p_1$ が π_2 を最大にするためである。なお、この p_2 は、企業 2 に対する需要を丁度 $b - a$ にする価格（丁度、市場を独占する価格）になっている。この $p_2(p_1)$ における条件式から、$b \leq 2a$ の場合は任意の p_1 に対して $p_2(p_1)$ の 1 段目が適用されるので、$b \leq 2a$ の場合は企業 2 が市場を独占することが確認できる。以下では、$b > 2a$ の範囲に話を絞って議論する。

$\Delta s \equiv s_2 - s_1$ として、(a)、(b)、(d) における偏微分の値がゼロになる p_1 と p_2 の組と、(c) の不等式を等号で満たす p_1 と p_2 の組を図示したものが、図 7-2 左側であり、これに既に求めた最適反応を重ねたものが図 7-2 右側である。こ

の図では、(a) と (d) の交点で価格が決定する状況を描いているが、$b > 2a$ の範囲であっても、a の値が十分に小さければ、(b) と (d) の交点で価格が決まる状況も起こりうる。

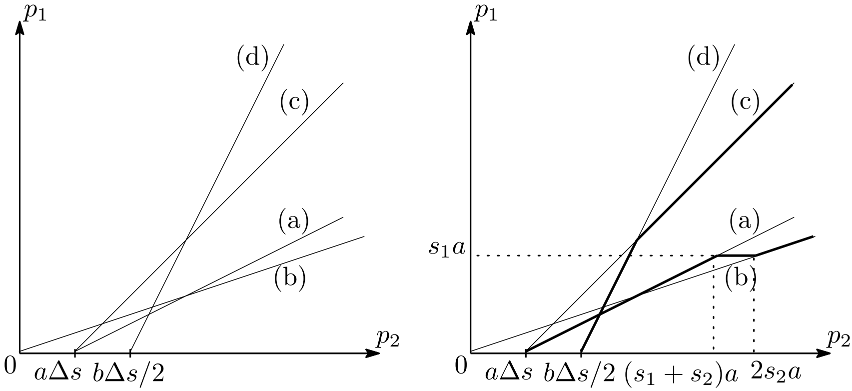


図 **7-2:** 垂直差別化モデルにおける反応関数

6.4.2　数量競争モデル

価格競争モデルの結果を活用して数量競争モデルを作ることができる。ここでは、設定を簡単にするため $a = 0$ とする。これによって、両企業の生産量が正になる状況に議論を絞ることができる。(6.24) 式と (6.25) 式の必要な箇所を再掲する。

$$
\begin{aligned}
D_1 &= \frac{p_2 - p_1}{q_2 - q_1} - \frac{p_1}{q_1}, \\
D_2 &= b - \frac{p_2 - p_1}{q_2 - q_1}.
\end{aligned}
$$

この需要関数を p_1 と p_2 について解くことで各企業の逆需要関数を導出すると、

$$
\begin{aligned}
p_1 &= q_1(b - D_1 - D_2), \\
p_2 &= q_2(b - D_2 - q_1 D_1/q_2).
\end{aligned}
$$

各逆需要関数の括弧内は、通常の数量競争モデルと同じように生産量に関する減少関数となっている。但し、企業 2 の価格は企業 1 の生産量 D_1 からの影響は相対的に小さくなっている点に特徴がある。

6.4.3　垂直差別化と品質投資

本章で扱った垂直差別化モデルにおいても、前章で扱ったホテリングモデルのように各企業が製品特性を決定する状況を扱うことができる。ここでは、価格競争モデルを拡張したものを紹介する。

基本設定は、価格競争の垂直差別化モデルと同じだが、Amaldoss and Shin (2011) を参考にして若干の変更を加える。市場に品質の異なる財が 2 つ存在し、企業 k が価格 p_k で売っている ($k=1,2$)。各消費者の財 k に対する評価は異なり、その違いは θ で表現される。θ は区間 $[b-1,b]$ 上に一様分布しており、その密度は 1 とする。また、$b>3$ とする。後の分析から明らかになることだが、この b に関する仮定によって、市場にいる全ての消費者が何らかの財を購入することを保証できる。θ を持つ消費者が財 k を消費した時に得る効用水準は以下の式で表わされるとする。

$$V(\theta,k)=\theta q_k-p_k, \tag{6.26}$$

q_k は財 k の品質を表している。この q_k がモデルの中で決定される状況を考え、相対的に高品質を設定した企業を企業 2 と呼ぶことにする。θ_k を、価格 p_k で財 k を購入することと、価格 p_{k-1} で財 $k-1$ を購入することが無差別になる θ とする。θ_2 は以下の式で与えられる。

$$\theta_2=\frac{p_2-p_1}{q_2-q_1}. \tag{6.27}$$

θ_2 よりも大きい θ を持つ消費者は財 2 を購入し、これよりも小さい θ を持つ消費者は財 1 を購入する。企業 k の限界費用を cq_k^2 とする。品質が高くなるにつれ限界費用が高くなることを想定したことになる。この仮定の下、各企業の利潤は以下の通りである。

$$\pi_1 \;=\; (p_1-cq_1^2)\left(\frac{p_2-p_1}{q_2-q_1}-(b-1)\right), \tag{6.28}$$

$$\pi_2 \;=\; (p_2 - cq_2^2)\left(b - \frac{p_2 - p_1}{q_2 - q_1}\right). \tag{6.29}$$

各企業の品質 q_k を所与として、利潤最大化の一階条件は、

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} \;=\; \frac{p_2 - p_1 - (q_2 - q_1)(b-1) - (p_1 - cq_1^2)}{q_2 - q_1} = 0, \tag{6.30}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} \;=\; \frac{(q_2 - q_1)b - (p_2 - p_1) - (p_2 - cq_2^2)}{q_2 - q_1} = 0. \tag{6.31}$$

品質を所与とした均衡価格ならびに均衡価格と限界費用の差を導出すると、

$$p_1^*(q_1, q_2) \;=\; \frac{(2q_1^2 + q_2^2)c - (b-2)(q_2 - q_1)}{3}, \tag{6.32}$$

$$p_2^*(q_1, q_2) \;=\; \frac{(q_1^2 + 2q_2^2)c + (b+1)(q_2 - q_1)}{3}, \tag{6.33}$$

$$p_1^*(q_1, q_2) - cq_1^2 \;=\; \frac{(q_2 - q_1)((q_1 + q_2)c - (b-2))}{3}, \tag{6.34}$$

$$p_2^*(q_1, q_2) - cq_2^2 \;=\; \frac{(q_2 - q_1)((b+1) - (q_1 + q_2)c)}{3}. \tag{6.35}$$

正の利潤を得ているならば、均衡価格と限界費用の差は正になるので、それを前提にして残りの問題を解く。この価格における各企業の利潤を導出すると、

$$\pi_1^*(q_1, q_2) \;=\; \frac{((b-2) - (q_1 + q_2)c)^2 (q_2 - q_1)}{9}, \tag{6.36}$$

$$\pi_2^*(q_1, q_2) \;=\; \frac{((b+1) - (q_1 + q_2)c)^2 (q_2 - q_1)}{9}. \tag{6.37}$$

この利潤関数を予想して、各企業は自社製品の品質 q_k を決定する。各企業の一階条件は

$$\frac{\partial \pi_1^*(q_1, q_2)}{\partial q_1} \;=\; \frac{[(q_1 + q_2)c - (b-2)](b - 2 + cq_2 - 3cq_1)}{9} = 0, \tag{6.38}$$

$$\frac{\partial \pi_2^*(q_1, q_2)}{\partial q_2} \;=\; \frac{[(b+1) - (q_1 + q_2)c](b + 1 + cq_1 - 3cq_2)}{9} = 0. \tag{6.39}$$

一階条件の各分数において、括弧 [ ] で囲まれた部分は、先ほど導出した価格と限界費用の差を表す式から正であることが分かる（$q_2 > q_1$ であることに注意すること）。よって、残りの部分がゼロになったところで品質が決定される。

この式から品質に関する反応関数が右上がりになっていることが確認できる。相手企業の品質改善によって価格が上昇するため、自社が直面する価格と限界費用の差が拡大する。この拡大は、需要拡大の便益が増大したことを意味するので、品質改善の誘因が増大することになる。この方程式を解くことで均衡における製品品質を導出できる。

$$q_1^* = \frac{4b-5}{8c}, \quad q_2^* = \frac{4b+1}{8c}.$$

この結果を利潤の式に代入すると

$$\pi_1^*(q_1^*, q_2^*) = \frac{3}{16c}, \quad \pi_2^*(q_1^*, q_2^*) = \frac{3}{16c}, \quad \theta_2 = \frac{2b-1}{2}. \tag{6.40}$$

製品の品質は異なっているにもかかわらず、利潤は同じになっている。品質向上に伴い限界費用が上昇するので、水平差別化と似たような状況になっている。ここでは消費者の分布を一様分布と仮定したが、θ の低い消費者が相対的に多い場合には、低品質製品を作る方が利潤が高いこともあり得る。